Erciyes Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
Cilt 36, Sayı 2 , 2020

Erciyes University
Journal of Institute of Science and Technology
Volume 36, Issue 2, 2020

Altın Üçgen ve Düzgün Beşgen Üzerinde Oluşan Altın Üçgenlerin Bir Dinamik Geometri Yazılımı ile Araştırılması

Recep Aslaner*[1], Sevgi Bakan*[2]

*[1]İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi, MALATYA
*[2] Milli Eğitim Bakanlığı Arapgir Milli Eğitim Müdürlüğü, MALATYA

(Alınış / Received: 06.05.2018, Kabul / Accepted: 26.04.2020, Online Yayınlanma/ Published Online: 17.08.2020)

Anahtar Kelimeler
Altın oran,
altın üçgen,
dinamik geometri yazılımı,
düzgün beşgen.

Öz: Geometrik açıklamalar problem çözme becerilerini geliştirir. Uzamsal usa vurma, problem çözmenin önemli bir şeklidir ve problem çözme matematik çalışmanın en temel sebeplerindendir. Bu çalışmada kenar uzunlukları arasında altın oranın geçerli olduğu bir ikizkenar üçgen (ki bu üçgene altın üçgen adı verilir) ele alınarak genel özelikleri incelenmiştir. Bir Dinamik Geometri Yazılımı (DGY) olan Geogebra programı ile taban uzunluğu verilen bir altın üçgenin nasıl çizildiği gösterilmiştir. Bir düzgün beşgen alarak köşegenleri çizilip kesişim noktaları ile oluşan üçgenlerden hangilerinin birer altın üçgen olduğu ve bunların sayısı araştırılmıştır. Bu araştırma sonucu beşgenin her bir köşe noktasına bağlı yedi farklı altın üçgen olduğu keşfedilmiş ve bir düzgün beşgen üzerinde toplam 35 tane altın üçgen oluştuğu gösterilmiştir.

The Golden Triangle and Searching the Golden Triangles on a Regular Pentagon with a Dynamic Geometry Software

Keywords
Golden ratio,
golden triangle,
dynamic geometry software,
regular pentagon

Abstract: Geometric descriptions improve problem solving skills. Spatial reasoning is an important form of problem solving, and problem solving is the most basic reason of mathematical work in this study, an isosceles triangle (which is called the golden triangle) in which the ratio is valid between of sides and the edges applies the general properties. İn this study we shown how to draw a golden triangle given a base length by the Geogebra program, which is a Dynamic Geometry Software (DDY). Taking a regular pentagon, the diagonals are drawn and the number of the triangles formed by the intersection points is one of the golden triangles and their number is investigated. This research has revealed that the pentagon is composed of seven different golden triangles connected to each corner point, and there are total 35 golden triangles on a regular pentagon.

*İlgili Yazar, email: recep.aslaner@inonu.edu.tr

1. Giriş

Matematik biliminin oluşmasıyla ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi, matematiği insanın kendisinin icat ettiği, ikincisi ise matematiğin evrende var olduğu, insanın onu zaman içinde fark ettiğidir. İkinci görüşü destekleyen doğal kanıtlar oldukça fazladır. Altın oran kavramı bu örneklerden biridir. İnsan yaşamında önemli bir yeri olan ve insanın birçok bilişsel becerisinin gelişmesinde rol oynayan matematik, teknolojik gelişmelerin kendine sunduğu ortam ve öğretimleri hiç kuşkusuz kendini oluşturan parçalara da yansıtmasını bilmiştir. Bu parçaların en önemlilerinden biri de geometridir [1]. Matematiğin önemli yapıtaşlarından olması, doğadaki varlıkların bir geometrik şekle sahip olması, matematiğin yansıra fen bilimleri, mühendislik gibi birçok bilim dalında kullanılması, matematiksel model oluşturmada ve problem çözmede kullanılması geometriyi daha da önemli kılmaktadır [2]. Doğa, içinde bir geometri olduğu için mi güzeldir, yoksa geometri, doğanın her tarafında yer aldığı için mi güzeldir? [3] sorusu güzelliğin ne olduğu ile açıklanabilir. Matematiğin güzelliği, en yüksek sanatın gösterebileceği kesin kusursuzluğa uzanan yüce bir güzelliktir. Güzellik ilkin insan beyniyle ilgilidir ve eğitimle geliştirilir. *"Güzel gören, güzel düşünür. Güzel düşünen ise hayatından lezzet alır."* Değişene bakıldığında geometrinin insanın maddi hayatını kolaylaştırmakla kalmayıp manevi hayatını da etkilediği söylenebilir. Nelerin beyindeki bu değerlendirmelere etken olduğu konusuna gelince tüm bu düşünürler matematikte birleşirler. Çünkü oran, orantı, denge, uyum, birliktelik (kompozisyon) ve düzen hep matematiğin biçimsel ve ruhsal araçları veya türevleridir. Bunlardan yararlanılarak yola çıkılan ve erişilen geometrik şekil (matematik) insan beyninde güzellik duygusu yaratır. Güzellik denetimlenmiş geometridir [4].

Matematik (Geometri) + Yetenek ve eğitime bağlı algı = Güzellik Duygusu

Güzellikleri sayılarla, hatta sayıların oranları ile ifade edebiliriz. Söz konusu olan oran doğadaki güzellik ölçüsü olan 1,618… altın orandır. Altın oran bir matematiksel kavramdır. Matematiksel bakış açısı ile analiz edilmesi öncelikli bir problem olmuştur. Fakat uyum ve güzellik ölçütü olarak sanat ve estetiğin bir sınıflandırmasını yapmakta önemli bir yer alır. Altın oran, kısıtlayıcı değil, tam tersine çeşitliliği arttıran ve sonra da bu çeşitler arasında yakınlaştırıcı bir birliği arayan önemli bir ölçüttür [3].

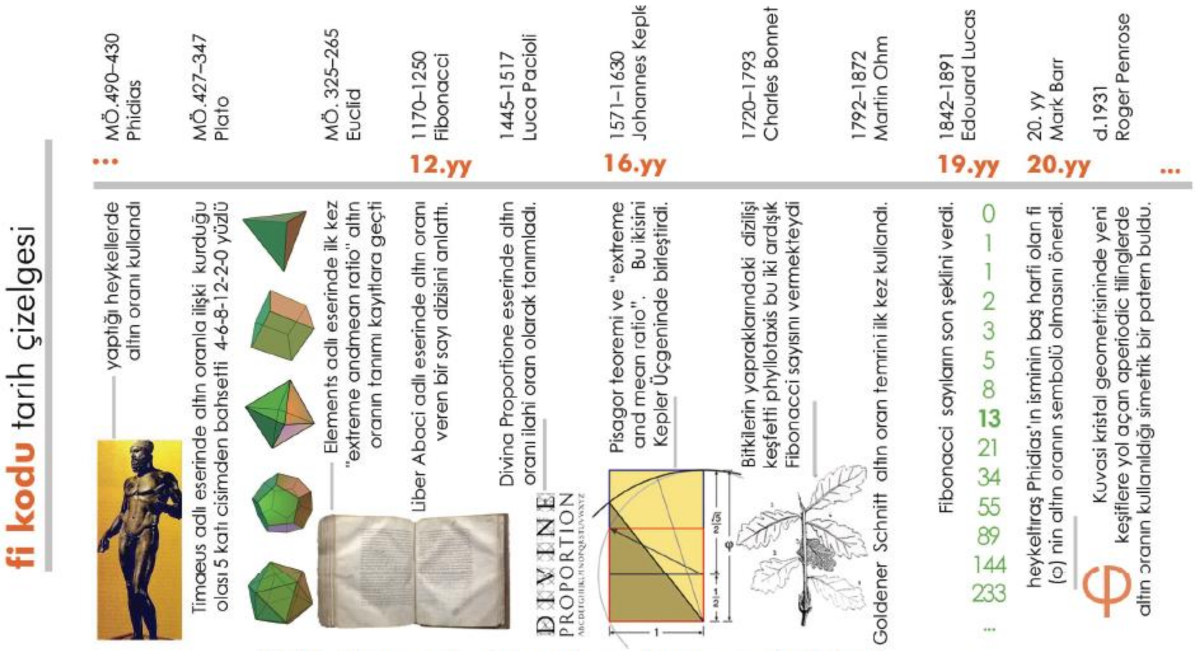
Johannes Kepler (1571-1630) "geometrinin iki büyük hazinesi vardır. Bunlardan birisi Pisagor Bağıntısı, diğeri ise bir çizginin altın oranda bölünmesidir. Birincisini bir ölçek altınla kıyaslayabilir, ikincisine de değerli bir mücevherdir diyebiliriz." ifadesini söylemiştir [5].

Güzelliğin ve güvenliğin sırrı olarak Yaratıcının vermiş olduğu bir şifre gözüyle bakılan altın oran bu çalışmanın odak noktasıdır. Altın orana ilişkin bilinen en eski matematik bilgisi ilk kez M.Ö. 3. yüzyılda Euclid'in Stoikhea *Elemanlar* adlı kitabında "extreme and mean ratio (sıra dışı ve ortalama oran)" adıyla kayda geçmiştir. Ancak eski Mısır'da M.Ö. 3. binyılda bilindiği bile öne sürülmüştür. Yunanlılara da Pisagor ve öğrencileri tarafından tanıtıldığı söylenmiştir [5].

İlk olarak 1509'da Luca Pacioli tarafından De Divina Proportione (İlahi Oran), isimli kitapta tanımlanan bu oran, aynı adlı kitap için çizimler hazırlayan Lenardo da Vinci tarafından Sectio Aurea (Altın Oran) olarak adlandırılmıştır. Ayrıca Ortaçağ'ın en önemli İtalyan matematikçilerinden biri olan Leonardo Fibonacci Dizisi veya Sayıları olarak teorideki sayıların ve bunlara bağlı olarak oluşan Altın Oran ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır. 1202 yılında tamamladığı Liber Abacı (Hesaplama Kitabı) adlı kitabında onluk sistemde nasıl aritmetik yapılacağını anlatmaktadır. Kitabın üçüncü bölümünde yer alan tavşan problemi Fibonacci sayılarını ifade edip, günümüze kadar yol gösterici olmuştur. Tavşan popülasyonlarının çizelgesinin yapılmasıyla, Fibonacci ardışık sayıların birbirine bölünmesiyle, Altın Oran elde edilir. Dizideki bir sayıyı kendinden önceki sayıya böldüğünüzde yaklaşık olarak 1.618'i elde etmemizi sağlayan 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584 Fibonacci sayılarıdır. Örnek: 233/144 = 1.618, 377/ 233 = 1.618, 610/377 = 1.618, … gibi [6].

19. yüzyılın başlarında, matematik alanında irrasyonel sayıların irdelenmesiyle ilgi odağı olan Altın Oran özellikle plastik sanatlarda kullanılmıştır. Yunan heykeltıraş Phidias'ın Altın Oran uygulayıcısı olması ve bu oran sistemine yer vermesi, 1.618 sayısının isminin ilk iki harfi olan Yunan alfabesindeki Phi (Fi) harfiyle matematikte anılmasına sebep olmuştur [7].

Aşağıda Şekil 1'de verilen tarih çizelgesinde Altın oran ile ilgili kilometre taşları niteliğindeki çalışmalar gösterilmiştir.



Şekil 1. Altın oran üzerine yapılmış çalışmaların tarih çizelgesi (8)

1.1. Altın oranın özelikleri

Gözlemleyebildiğimiz bütün varlık âleminde bu oranın geçerli ve tutarlı olarak göze çarpması, insanları şaşkına çevirecek kadar ciddiye alınmış ve bu alanda birçok çalışma yapılmıştır. Evrenin var oluşundan bu yana tutarlı olarak bütün varlıklarda bu oranın bulunması, dünyaca ünlü matematikçilerin de hayranlıkla incelediği ve kendi çalışmalarında kullandıkları bir konu alanı olmuştur.

Bu oranın yaklaşık değeri, $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803398875$ ...

Altın oranın çarpma işlemine göre tersi $1/\Phi$=0,618'dir, yani kendisinin 1 eksiğine eşittir.

Aynı şekilde altın oranın karesi ise, $\Phi^2 = (1.618)^2 = 2.618$'e, yani kendisinin bir fazlasına eşittir.

2. Materyal ve Metot

Şimdi altın oran, altın oranın geometrik yaklaşımı ve altın oran içeren geometrik şekiller kavramları ele alarak bu kavramlarla ilgili ifade edilen önermeleri bir dinamik geometri yazılımı (DGY) olan *Geogebra program*ını kullanarak doğrudan *ispat metodu* ile gösterelim.

2.1. Geometride altın oran

"*Farklı iki nokta bir doğru parçası belirtir.*" ve bu doğru parçası üzerinde alınan her bir nokta bu doğru parçasını iki parçaya ayırır. Bu parçalar eşit uzunlukta olabileceği gibi biri diğerinden daha uzun da olabilir. Acaba "*üzerinde alınan bir nokta ile iki parçaya ayrılan bir doğru parçasının, uzun parçaya oranı ile uzun parçanın kısa parçaya oranı eşit olsa nasıl bir bölme elde edilir?*" sorusu insanoğlunu yıllarca meşgul etmiştir. Yapılan araştırmalar elde edilen sonucun sabit bir değer olduğunu ve başlangıçta verilen doğru parçasının uzunluğu ile bir alakasının olmadığını göstermiştir.

Bu problemin matematik dilindeki ifadesi aşağıdaki şekildedir:

Bir [AC] doğru parçası ve bu doğru parçası üzerinde bir B noktası alalım. Öyle ki doğru parçasının büyük olan parçaya oranı, büyük parçanın küçük parçaya oranına eşit olsun.

Bu önermeye ait geometrik şekil ve bu şekle ait matematiksel ifadesi, Bir [AC] doğru parçası ve bu doğru parçası üzerinde alınan bir B noktası için $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|BC|}$ olsun, şeklindedir.

Eğer burada *|AB|=1* ve *|AC|= x* olarak alınırsa eşitliğimiz $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$ eşitliğine dönüşür,

Şekil 2. Altın bölme

Bu eşitlikten elde edilen $x^2 - x - 1 = 0$ denkleminin pozitif kökü olan $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ değerine matematikte *altın oran* adı verilmiştir [6].

Başta insan vücudu olmak üzere doğada birçok yerde rastlanan bu orana, "*güzelliğin ve güvenliğin sırrı olarak Yaratıcının vermiş olduğu bir şifre*" gözüyle bakılmış, Leonardo da Vinci'den Mimar Sinan'a kadar birçok bilim adamı tarafından eserlerinde kullanılmış ve hala kullanılmaktadır. Altın oran tanımına göre farklı iki sayı ve bu sayıları uzunluk kabul eden iki doğru parçasına sahip olan geometrik şekillerin bir altın çeşidi tanımlanabilir. Bu geometrik şekillerden en yaygın olarak bilineni altın dikdörtgendir.

2.2. Altın dikdörtgen

Dikdörtgen, *karşılıklı kenarları ve açıları eş olan* dörtgendir. Bu tanıma göre kare bir dikdörtgendir. Ancak dikdörtgen denildiğinde kareden farklı yani iki farklı kenar uzunluğuna sahip olan bir dörtgen kastedilir. Buna göre "*uzun kenarın kısa kenara oranı altın orana eşit olan dörtgene altın dikdörtgen*" adı verilir.

Birçok sanatçının bilerek veya bilmeyerek eserlerinde bu dikdörtgene yer verdikleri gözlenmiştir. Rönesans dönemi İtalyan mimarı, mühendisi, mucidi, matematikçisi, anatomisti, müzisyeni, heykeltıraşı ve ressamı olan Leonardoda Vinci (1452 - 1519) yi sanatının doruğuna ulaştıran ve en çok tanınmış yapıtı Mona Lisa (1503 - 1507) tablosu buna örnek olarak verilebilir.

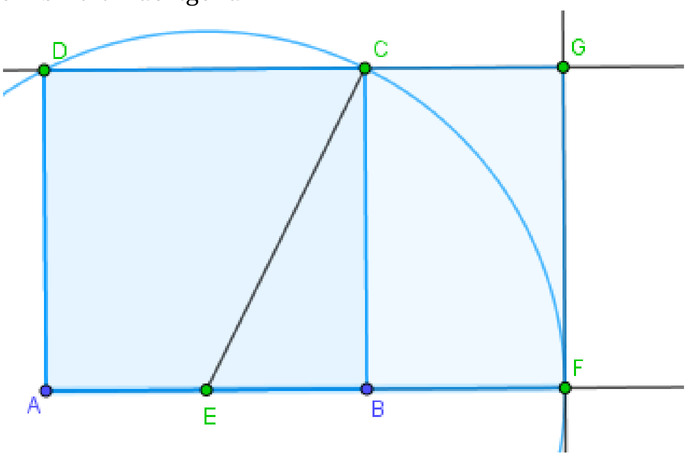
Altın dikdörtgenin kare ile yakın bir ilişkisi vardır. Bu dikdörtgenin kısa kenarı üzerine içe doğru bir kare çizildiğinde geriye kalan dikdörtgen yine bir altın dikdörtgendir. O halde kısa kenar uzunluğu verilen bir altın dikdörtgen çizilebilir.

Aşağıda altın dikdörtgenin Geogebra yazılımı ile nasıl çizileceğinin aşamaları belirtilmiştir.

Kısa kenar uzunluğu *|AD| = a br* olan altın dikdörtgenin şeklini çizmek için,

- Bir [AB ışını alalım.
- Düzgün çokgen seçeneği ile bir ABCD karesini çizelim.
- [AB]'nin orta noktası olan E merkezli r = |EC| yarıçaplı çemberin ışınla kesişim noktasına F diyelim.
- Işına F noktasından dik, C noktasından paralel çizilen doğruların kesişim noktası G olmak üzere

elde edilen AFGD dikdörtgeni bir altın dörtgendir.



Şekil 3. Altın dikdörtgen

Gerçekten bu dikdörtgen için $\frac{|AF|}{|FG|} = \frac{|FG|}{|GC|}$ olduğu |EC|=|EF| eşitliğinden faydalanarak gösterilebilir.

B noktasını hareket ettirerek çizilen dikdörtgenin bir altın dikdörtgen olduğu dinamik olarak görülebilir.

A ve B noktaları "*başlangıç nesneleri*" dikdörtgen "*sonuç nesnesi*" alınarak kısa kenar uzunluğu verilen altın dikdörtgeni çizen bir "*makro*" oluşturulabilir.

Dinamik geometri yazılımları matematiğin görsel algılama merkezini oluşturan geometriyi kâğıt-kalem sürecindeki statik yapıdan kurtarıp bilgisayar ekranında dinamik hale getirerek, geometrik nesneler üzerinde varsayımda bulunmaya ve geometrik nesneler arasında ilişki kurmaya imkân sağlar [9].

2.3. Altın üçgen

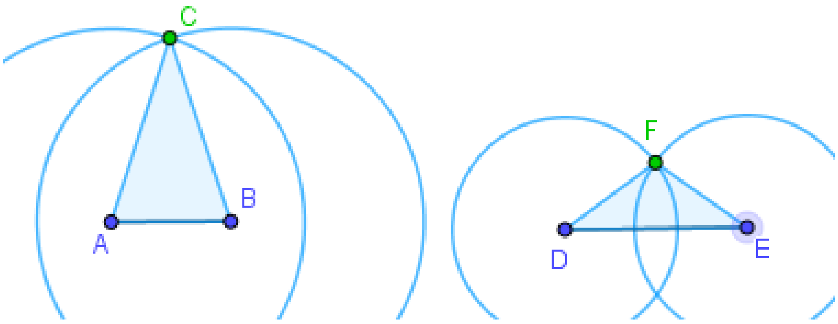
Her üçgen üç kenar uzunluğuna sahiptir. Bu kenar uzunluklarından ikisi eşit olan üçgenlere *ikizkenar üçgen* adı verilir. O halde bir Altın üçgen tanımlanacaksa bu üçgen bir ikizkenar üçgen olmalıdır. Kenar uzunluklarının oranı altın orana eşit olan ikizkenar üçgene *Altın Üçgen* denir.

Buna göre iki farklı altın üçgen tanımlanabilir. Bunlar,

- *Eş kenarların uzunluğu taban uzunluğundan büyük olan altın üçgen ve*
- *Taban uzunluğu eş kenarların uzunluğundan büyük olan altın üçgendir.*

Eş kenarların uzunluğu taban uzunluğundan büyük olan altın üçgen Geogebra ile aşağıda verilen basamaklar uygulanarak çizilebilir.

- Bir [AB] doğru parçası alalım.
- *|AB| = f* olmak üzere giriş alanına $f * (1+\sqrt{5})/2$ değeri yazılırsa cebir penceresinde bir a değeri oluşur.
- "*Merkez ve yarıçapla çember* " seçeneğini kullanarak *A* ve *B* merkezli *a* yarıçaplı iki çember çizilir.
- Bu çemberlerin kesişim noktası *C* alınarak elde edilen *ABC* üçgeni bir altın üçgendir.

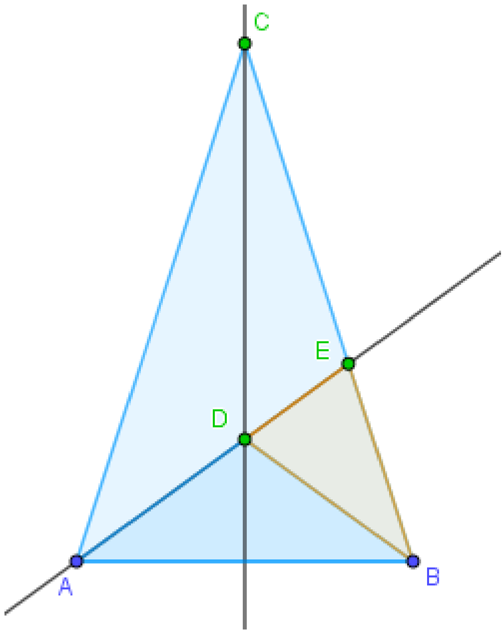


Şekil 4. Tabanı verilen Altın üçgenlerin çizimi

Araçlar menüsünden yeni araç oluştur seçeneği ile üçgen çıkış nesnesi A ve B noktaları giriş nesneleri alınarak tabanı verilen altın üçgeni çizen bir araç oluşturulur. Taban uzunluğunun eş kenarların uzunluklarından büyük olması durumunda ise, giriş alanına 2f*(1+sqrt(5)) yazılıp yukarıdaki adımlar tekrarlanır.

2.4. Altın üçgenin özellikleri

Bir ABC altın üçgeninde B açısının açıortay doğrusunun, tabanın orta dikme doğrusu ile kesişim noktası D ve karşı kenarını kestiği nokta E olmak üzere elde edilen *ABD* ve *BED* üçgenleri de birer altın üçgendir.



Şekil 5. Altın üçgenler

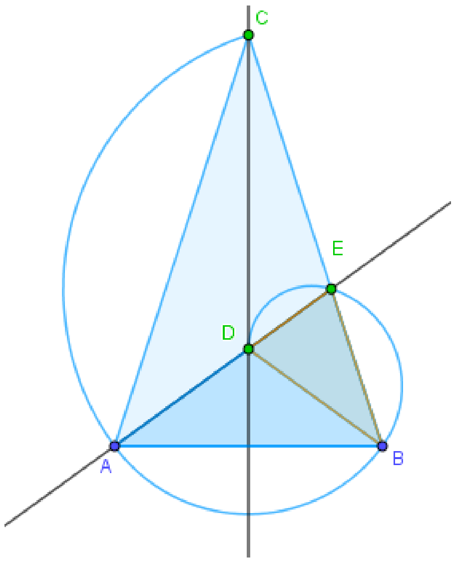
- Bu üçgenlerden BDE, ABC üçgeni ile benzer üçgenler olup taban açıları 72^0 ve tepe açısı 36^0dir.
- ABD altın üçgeninin ise taban açıları 36^0 ve tepe açısı 108^0dir.

A ve B noktaları "*başlangıç nesneleri*", ABC üçgeni ve E noktası "*sonuç nesneleri*" alınarak yeni bir *makro* tanımlanıp bu *makro* kullanılarak B ve E noktaları, E ve D noktaları ... ve böylece devam edilerek iç içe altın üçgenlerden oluşan bir fractal oluşturulabilir.

2.5. Altın üçgen sarmalı

- Şekil 5 de görülen altın üçgende, D merkezli AB yayını çizelim.

A ve B noktalarını "*başlangıç nesneleri*", ABC üçgenini, AB yayını ve E noktasını "*sonuç nesneleri*" alarak *AÜ Sarmalı* isimli bir *makro* tanımlayalım. Bu makroyu kullanarak CA, (AB zaten var) BE, ED, DX, X_ ... noktaları seçilerek üçgen için C köşesinden başlayan bir sarmal oluşturulabilir (tabanı CA olan ilk üçgeni gizleyiniz.) Bu sarmala üçgen için altın sarmal (*Logaritmik spiralle*) adı verilir.

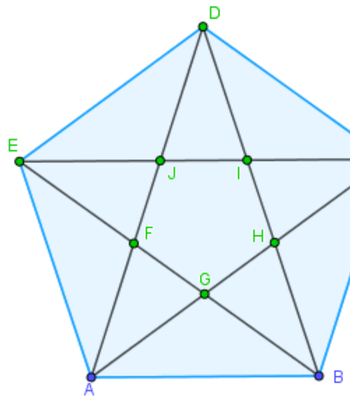


Şekil 6. Altın üçgen sarmalı

Başlangıç nesnesi olarak seçtiğimiz A veya B noktalarını sürükleyerek değişimi görebiliriz. Benzer düşünceyle altın dikdörtgen için de bir sarmal *Golden Spiral* oluşturulabilir. Φ'nin kendini tekrarlama özelliği vardır. Altın orana sahip her şekil, altın oranı kendi içinde sonsuz sayıda tekrarlayabilir [9].

3. Bulgular

Şimdi bizi bu araştırmayı yapmayı sevk eden ve çalışmamızın esas problemini oluşturan soruya dönelim. Bir düzgün beşgen alarak köşegenlerini çizdiğimizde bu beşgen üzerinde birçok üçgenin oluştuğu görülmektedir.



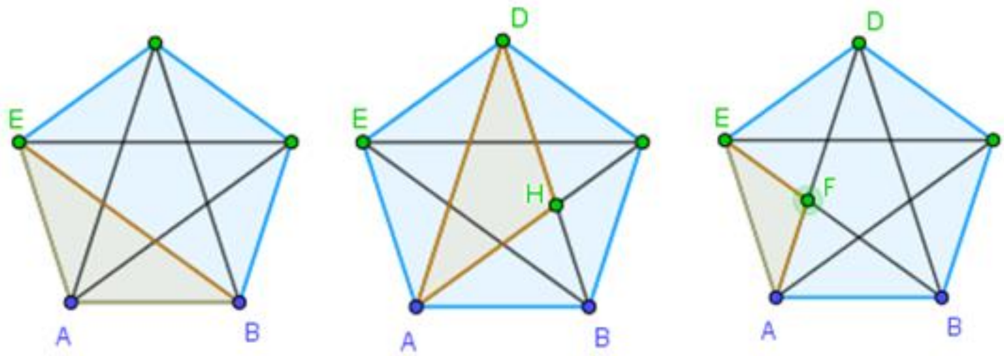
Şekil 7. Düzgün beşgen

Acaba bu üçgenlerden hangileri birer altın üçgendir? Bu altın üçgenlerin sayısı nedir?
Sorularına cevap bulmaya çalışalım. Bunun için bir Dinamik Geometri Yazılımı olan Geogebra programı ile bir düzgün beşgen çizerek köşegenlerin kesişim noktalarını alalım ve elde ettiğimiz şekilde kaç tane altın üçgen olduğunu araştıralım.
Bir düzgün beşgenin her bir iç açısının ölçüsü $\frac{360}{5} = 108^0$ dir. Buna göre, A köşesini temel alırsak,

- *ABE* üçgeninde m(A) = 108^0 ve |AB| = |AE| olduğundan m(B) = m(E) =(180 – 108)/2= 36^0 olup bu üçgen bir altın üçgendir.

Benzer düşünceyle *BCA, CDB, DEC* ve *EAD* üçgenleri de birer altın üçgendir. Aynı şekilde

- AHD, BIE, CJA, DFB ve EGC üçgenleri
- AFE, BGA, CHB, DIC ve EJD üçgenleri de birer altın üçgendir.



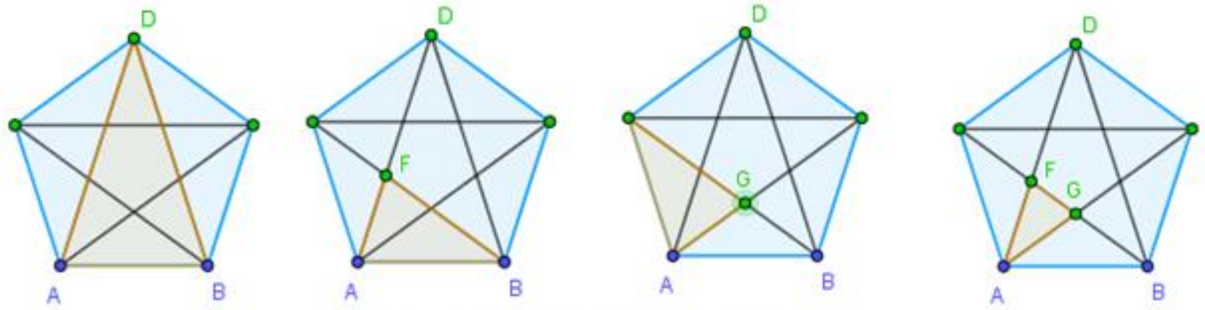
Şekil 8. Taban uzunluğu büyük olan altın üçgenler

ABD üçgeninde m(D) = 36^0 ve m(A) = m(B)=72^0 dir. O halde bu üçgen bir altın üçgendir.

Benzer düşünceyle BCE, CDA, DEB ve EAC üçgenleri de birer altın üçgendir. Ayrıca

- ABF, BCG, CDH, DEI ve EAG

- AGE, BHA, CIB, DJC ve EID
- AGF, BHG, CIH, DJI ve EFJ üçgenlerinin de birer altın üçgen olduğu gösterilebilir.



Şekil 9. Kenar uzunluğu büyük olan altın üçgenler

Böylece aşağıdaki sonucu ifade edebiliriz:

Sonuç: Bir düzgün beşgende köşegenler yardımıyla her bir köşeden 7 farklı altın üçgen olmak üzere toplamda 7 x 5=35 altın üçgen oluşur. Bu üçgenlerin,

15'i kenarları arasında 1 : Φ : 1 ilişkisi bulunan ve iç açıları 36^0-108^0-36^0 olan (tabanı uzun olan) altın üçgen iken 20'si kenarları arasında Φ : 1: Φ ilişkisi bulunan ve iç açıları 72^0-36^0-72^0 olan(kenarı uzun olan) altın üçgenlerdir.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada ilk olarak bir doğru parçasında altın oran, altın üçgen, altın üçgen sarmalı, altın dikdörtgen ve düzgün beşgen kavramları ele alınmıştır. Daha sonra bir düzgün beşgen alınarak bu beşgenin köşegenleri çizilince oluşan altın üçgenler bir dinamik geometri yazılımı olan Geogebra programı ile çizilmiş ve bu yazılım sayesinde yukarıda verilen kavramlar arasındaki matematiksel ilişkiler keşfedilmiş, ilişkilendirilmiş ve bir sonuca ulaşılmıştır. Bu sonuca göre bir düzgün beşgende her bir köşeden 7 farklı altın üçgen olmak üzere toplamda 35 altın üçgen oluştuğu gösterilmiştir. Ayrıca çalışmada kenar uzunlukları arasında altın oranın geçerli olduğu bir ikizkenar üçgen (altın üçgen) ele alınarak genel özellikleri incelenmiş ve Geogebra yazılımı ile taban uzunluğu verilen bir altın üçgenin nasıl çizildiği gösterilip altın üçgen sarmalı oluşturulmuştur.

Doğadaki dengeyi ve güzelliği sağlayan "Altın Oran (İlahî Oran)"ın düzgün beşgen üzerindeki yansımaları dinamik olarak görülmüştür. Dinamik geometri yazılımları sayesinde bilgisayarda karmaşık kavramlar görselleştirilebilir, zihinlerde var olan düşünceler ekranda temsil edilerek somutlaştırabilir. Bir kavram ve bu kavramın diğer kavramlarla olan ilişkileri hakkında birtakım tahminlerde bulunulup, bu tahminlerin doğruluğu test edilebilir. Yine bu yazılımlar sayesinde bilgisayarda farklı şekiller oluşturulabilir ve bilgisayarın ürettiği şekillere anlam vermeye çalışmak o kavramla ilgili zihinsel görüntüleri zenginleştirir.

Dinamik Yazılımlarla ilgili olarak Berna Cantürk ve Hatice Açan tarafından (2016)'da yapılan Bir Meta-Analiz Çalışmasında; 2007-2016 yılları arasında Türkiye'de uygulanan dinamik geometri yazılımlarının sonuçları değerlendirilerek, derslerde DGY kullanılmasının geometri başarısına nasıl bir etkisi olduğunu incelemiştir. Çalışmaya dinamik geometri yazılımlarının kullanılmasının öğrencilerin geometri başarılarına etkisine ait toplam 41 çalışma meta-analize alınmış ve bu çalışmalardan 43 etki büyüklüğü değeri hesaplanmıştır. Gerekli analizler yapıldıktan sonra, Türkiye'de yapılan dinamik geometri yazılımlarının kullanılmasının geleneksel öğretime göre oldukça başarılı olduğu ve hesaplanan 0,954 etki büyüklüğünün güçlü düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır [10].

MEB tarafından en son yanılanmış olan matematik öğretimi programlarında DGY'lerin etkin olarak kullanılması önerilmektedir. Ancak öğretmenlerin birçoğu bu programlardan habersizdir. "*Pınar baştan bulanır.*" Atasözümüze göre

- Öğretmen yetiştiren fakültelerde seçmeli olarak verilen DGY içerikli derslerin zorunlu hale getirilmesi.
- Görev yapan öğretmenlerin de hizmet içi eğitimlerle eğitilmesi önerilmektedir.

Kaynakça

[1] Gülburnu, M. 2013. 8. Sınıf geometri öğretiminde kullanılan Cabri 3D'nin akademik başarıya etkisi ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 184s, Adıyaman.

[2] Gürbüz, R., ve Gülburnu, M. 2013. 8. sınıf geometri öğretiminde kullanılan Cabri 3D'nin kavramsal öğrenmeye etkisi. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4(3): 224-241.

[3] Aydın, B. 2015. Fraktal boyuta dair. Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 40s, Bilecik.

[4] Tuncer, O. C. 2015. Vakıf yapılarında estetik kavramlar. Vakıflar Dergisi, 43(2015): 149-172.

[5] Topkaya, H. 2013. Matematiksel mantık, ispat teknikleri, Fibonacci sayısı, Pisagor teoremi ispatı. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans Tezi, 94s, Eskişehir.

[6] Beyoğlu, A. 2016. Sanat eğitiminde altın oran ve Leonardo da Vinci'nin eserleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi, 13(1): 360-382.

[7] Livio, M. 2008. The golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number. Broadway Books. 14.02.2017, Retivered from: https://www.google.com/books?hl=tr&lr=&id=bUARfgWRH14C&oi=fnd&pg=PA1&dq=LIVIO,+M.,+(2002),+The+Golden+Ratio:+The+Story+of+Phi,+The+World%27s+Most+Astonishing+Number.+New+York:+Broadway+Books.&ots=AQThfSEhMj&sig=Sm0-3Qmm0UHcuHNrPKSs5pQqiCw.

[8] Selçuk, S. A., Sorguç, A. G. ve Akan, A. E. 2009. Altın oranla tasarlamak: doğada, mimarlıkta ve yapısal tasarımda φ dizini. Trakya University Journal of Natural Sciences, 10(2): 149-157.

[9] Aslaner, R. 2018. Dinamik Geometri Öğretimi, ANI Yayıncılık, Ankara 166s.

[10] Cantürk B., Açan H. 2016. *Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımının Geometri Başarısına Etkisi: Bir Meta-Analiz Çalışması.* Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol.7 No.1 (2016), 1-23