Journal of Computer and Education Research
April 2019 Volume 7 Issue 13
http://dergipark.gov.tr/jcer
(ISSN:2148-2896)

Research Article/Araştırma Makalesi

An Investigation of the Problem Solving Strategies used of Middle School Students for of the Assumption Component of Mathematical Thinking

Ebru KÜKEY[1,*] Recep ASLANER[2] Tayfun TUTAK[3]

[1] *Fırat University, Education Faculty, Elazığ, Turkey, ekukey@firat.edu.tr; tayfuntutak@hotmail.com*

[2] *Inonu University, Education Faculty, Malatya, Turkey, recep.aslaner@inonu.edu.tr*

[*] *Corresponding Author: ekukey@firat.edu.tr*

Article Info

Received: *4 March 2019*
Accepted: *8 April 2019*
Online: *30 April 2019*

Keywords: Mathematical thinking, assumption, equating, guess and verify, middle school students.

DOI: 10.18009/jcer.535610

Publication Language: Turkish

Abstract

This study aims at scrutinizing the middle school students' problem solving strategies with regard to the assumption component of mathematical thinking. The study is designed as a case study, among other qualitative research methods. The study group is comprised of 96 middle school students. The data in the study are obtained via non-routine problems prepared for the assumption component of mathematical thinking. When the strategies the students used in solving the problem are addressed, it is seen that they used the equating, with guess and verify strategies. In this respect, it is considered that the students used two of problem solving strategies and this issue should be paid attention in their education process in order for them to learn other problem solving strategies.

To cite this article: Kükey, E., Aslaner, R. & Tutak, T. (2019). Matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeni kapsamında ortaokul öğrencilerinin kullandıkları problem çözme stratejilerinin incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research, 7* (13), 146-170. DOI: 10.18009/jcer.535610

Matematiksel Düşünmenin Varsayımda Bulunma Bileşeni Kapsamında Ortaokul Öğrencilerinin Kullandıkları Problem Çözme Stratejilerinin İncelenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: *4 Mart 2019*
Kabul: *8 Nisan 2019*
Yayın: *30 Nisan 2019*

Anahtar kelimeler: Matematiksel düşünme, varsayımda bulunma, denklem kurma, tahmin ve kontrol, ortaokul öğrencileri.

DOI: 10.18009/jcer.535610

Yayım Dili: Türkçe

Öz

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeni kapsamında kullanmış oldukları problem çözme stratejilerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Çalışma, 96 ortaokul öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırmada veriler, matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşenine yönelik olarak hazırlanan rutin olmayan problem ile elde edilmiş ve elde edilen verilerin analizi aşamasında içerik analizi kullanılmıştır. Öğrencilerin problemi çözerken kullanmış oldukları stratejiler incelendiğinde, denklem kurma ile tahmin ve kontrol stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Diğer problem çözme stratejilerini de kullanabilmeleri için öğretim sürecinde bu noktaya dikkat edilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Summary

An Investigation of the Problem Solving Strategies used of Middle School Students for of the Assumption Component of Mathematical Thinking

Introduction

Mathematical thinking can be enhanced by solving problems carefully, transferring the outcomes to the experiences, establishing relations between what is thought and what is applied, making exercises on problem solving processes and making sense of the relation between mathematics and real life (Keith, 2000). In other words, mathematical thinking can be improved by addressing the problem and scrutinizing it from multiple perspectives beyond considering what the answer to the problem is (Ferri, 2003). Quite effective solutions can be achieved by observations on or interviews about the problem solving processes of the students to determine and understand how they defined a problem, and to evaluate their current knowledge (Kükey, 2018). Because, understanding mental processes in mathematics is only possible by observing the activities carried out by the individuals, by designating how they analyze problem situations, and determining which strategies they use (Czocher, 2013). In this respect, it is quite significant to conduct studies on enhancing students' abilities to analyze events and improve their analytical thinking skills (Kükey, 2018). When it is considered that mathematical thinking is making sense of present ideas, discovering relations between thoughts and expressing the basic tenets of these relations (Lutfiyya, 1998), enhancing students' mathematical thinking and making evaluations in this regard come to the fore. When the literature is reviewed, it is seen that there are several studies on mathematical thinking (Kocaman, 2017; Liu, 2014; Nabb, 2013; Soto, 2014; Yıldırım, 2015). This study aims at scrutinizing the middle school students' problem solving strategies with regard to the assumption component of mathematical thinking.

Method

This study is designed as qualitative research since it is conducted with the aim of an in depth and thorough investigation of middle school students' current knowledge about assumption component of mathematical thinking. The study group was determined with regard to the sex and class variables to ensure maximum diversity by including schools in regions with different socio-economic levels. In this respect, six different middle schools were selected. These schools were determined as village school, town school, county schools, central village schools, private school and central (provincial) school. The study was conducted with the participation of 96 middle school student, as 16 students from each school. Eight of these 16 students were males and eight were females, and eight of these were seventh graders and eight of them eighth graders.

Considering the characteristics of mathematical thinking, several mathematical thinking problems were prepared to be used in the study. It was paid attention that these problems were towards the assumption, specializing, generalizing, conjecturing and convincing components of mathematical thinking. In this respect, 10 non-routine mathematical thinking problems were prepared. As a result of the arrangements made, the study was applied to the problem with the component of the assumption. The non-routine problem analysis was conducted by determining which strategies the middle school students used in their solutions to obtain the results. The data obtained were grouped under different themes and subcategories by the researchers in line with the theoretical background. The data were transformed into figures and tables considering the relations between themes and subcategories.

Discussion and Conclusion

The study aimed at determining the strategies the middle school students used with regard to the *"assumption"* component of mathematical thinking. In this respect, it is found that the students fundamentally used the equating, and guess and verify strategies. When the solutions of the students are examined in detail with regard to the assumption component, it is found that the majority of the students gave correct answers.

It is argued that the reason for this was that the students had thought that they completed the solution by finding several choices since more than one choices are requested as answer in the problem. It can be deduced from this that the students had found several values in hypothesis-based questions, but they had thought that they completed the solution without obtaining all the requested values. When the explanations of the solution of the problem by the students were examined, it is seen that the great majority of the students used mathematical and verbal expression together. This can be argued that the students needed to express their mathematical expressions verbally. In line with these results, it can be asserted that it would be beneficial to include hypothesis-based of problems in the education and training process and increasing the examples of such problems in course books in order for the students to find all the requested values in such problems and to gain operational practicability. In addition, it can be claimed that a teaching process that would enable the students to solve the problems using different solution techniques would be beneficial.

When the strategies that middle school students use in solving the problem are examined, it is found that they preferred guess and verify, and equating main themes. In the guess and verify main theme, it is found that they tried to solve the problem by giving random or systematic values. It is also found that they used seven different ways, with regard to their solution techniques, while giving systematic values. In the equation main theme, on the other hand, it is found that they used variables in addition to x, y type variables. It is also observed that when they established an equation with two unknowns of type x, y they tried to solve the equations, but when they used other variables they did not make an effort to solve. It is found that the students used the guess and verify theme the most. It is observed that the systematic value giving theme was preferred frequently within this strategy. It is understood that the students mostly tried to get the solution by giving values, since the problem included answer possibilities requested as choices. It is thought that it would be beneficial to perform exercises that would enable the use of other strategies with regard to assumption component since it was found that the students had used the two main strategies but had not used other strategies.

Giriş

Düşünmenin geliştirilmesinde matematiğin önemli bir etkisi olduğu bilinmektedir. Bu nedenle eğitim öğretim sürecinin önemli yapı taşlarından birini de matematik eğitimi oluşturmaktadır (Umay, 2003). Bu kapsamda matematiksel düşünme kavramı ön plana çıkmaktadır. Henderson (2002), matematiksel düşünmeyi problemlerin çözümünde belirgin olarak ya da olmayarak matematiksel yöntem tekniklerin kullanılıp uygulanması olarak ifade etmiştir. Lutfiyya (1998) ise düşünceler arasındaki ilişkileri keşfetme, var olan fikirleri anlama, ilişkilerin dayandıkları temelleri ifade etme, düşünceleri içeren problemleri çözme becerisi olarak tanımlamıştır.

Günümüzde toplumların gelişmesi, yaşam boyu öğrenmeyle birlikte karşılaşılan olaylar arasında bağlantılar kurup problemleri çözebilen bireylerle sağlanabilmektedir (Kükey, 2018). NCTM (2000)'de de günlük hayattaki pek çok alanda, matematiğin anlaşılması ve kullanılmasına olan ihtiyacın arttığı, bundan dolayı problem çözme ve matematiksel düşünmenin geliştirilmesi üzerinde durulması gerektiği belirtilmiştir. Bireyler hayatlarının her anında, karşılaştıkları sorunları çözmede farkında olarak veya olmayarak matematiksel düşünmekte ve matematiği kullanmaktadırlar. Buradan matematiksel düşünmenin sadece matematikçilerin değil aynı zamanda bütün bireylerin yaşam boyu kullandıkları bir düşünme biçimi olduğu anlaşılmaktadır (Blitzer, 2003). Gerçek hayat problemlerinin çözümünde sıklıkla kullanılan matematiksel düşünme matematik eğitimi sürecinde önemli bir yere sahiptir ve bu kapsamda matematik eğitimi sürecinin önemli hedefleri arasında bulunmaktadır (Stacey, 2006). Bu kapsamda öğrencilerin matematiksel düşünmeleri doğrultusunda öğrendikleri bilgileri yaşam şartlarını kolaylaştıracak şekilde kullanmalarının büyük önem kazandığı ifade edilebilir (Kükey & Aslaner, 2017).

Matematiksel düşünme bileşenleri; bireylerinin problem çözme stratejilerini kullanmalarını, bilginin mantığını anlamalarını, matematiksel bir bakış açısına sahip olmalarını, bilgiyi etkili olarak kullanmalarını, matematiksel etkinliklerle uğraşmalarını dikkate alarak belirlenmektedir (Schoenfeld, 1992). Matematiksel düşünmenin bileşenleri çeşitli araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir (Liu, 2003; Mason, Burton & Stacey, 1985; Mubark, 2005; Tall, 2002). Mason, Burton ve Stacey (1985) matematiksel düşünmenin; özelleştirme (specializing), genelleme (generalizing), varsayımda bulunma (conjecturing), doğrulama ve ikna etme (justifying and convincing) bileşenlerinden oluştuğunu ifade etmişlerdir. Bu çalışmada incelenmekte olan matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeni Burton (1984) tarafından, sonuca ulaşmadan önce belirli sayıda örneğin incelenip bu örnekler arasındaki ilişkilerin ve örüntülerin belirlenmesi, belirlenen ilişkiler ve örüntüler aracılığıyla yargıya varma süreci olarak ifade edilmiştir. Matematiksel düşünmenin temel dayanak noktasını, varsayımları belirledikten sonra test etme, değerlendirme ve değerlendirme sonrasında da değiştirme oluşturmaktadır. Bu kapsamda varsayımda bulunma, döngüsel bir süreç olarak ifade edilmektedir (Mason, Burton & Stacey, 1985).

Matematiksel düşünme, problemlerin dikkatli olarak çözülmesi, elde edilenlerin deneyimlere aktarılması, düşünülenlerle uygulamalar arasında bağlantı kurulması, problem çözme süreçleri üzerinde uygulamalar yapılması ve matematikle gerçek hayat arasındaki ilişkinin anlaşılmasıyla geliştirilebilir (Keith, 2000). Yani matematiksel düşünme, problem çözme sürecinde problemin cevabının ne olduğundan öte, problemin çeşitli boyutlarıyla ele alınıp incelenmesiyle geliştirilebilir (Ferri, 2003). Öğrencilerin bir problemi nasıl tanımladıklarını belirlemek, anlamak ve var olan bilgilerini değerlendirmek amacıyla, problem çözümlerine yönelik olarak gözlem veya görüşme yapılmasıyla oldukça etkili çözümlere ulaşılabilmektedir (Kükey, 2018). Çünkü matematikte zihin süreçlerini anlamak; ancak kişinin yapmış olduğu aktiviteleri gözlemlemek, problem durumlarını nasıl analiz ettiklerini belirlemek ve hangi stratejileri kullandıklarını tespit etmek ile mümkündür (Czocher, 2013). Bu kapsamda öğrencilerin olayları analiz edebilme ve analitik düşünme becerilerinin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılması kritik bir öneme sahiptir (Kükey, 2018). Matematiksel düşünmenin; mevcut fikirleri anlama, düşünceler arasındaki bağıntıları keşfetme ve bu bağıntıların dayandıkları temelleri ifade edebilme (Lutfiyya, 1998) olduğu dikkate alındığında ise öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi ve bu kapsamda değerlendirmelerin yapılması önemli bir konuma gelmektedir. Literatür incelendiğinde matematiksel düşünme üzerinde yapılmış çeşitli çalışmaların olduğu görülmektedir (Cumhur & Güven, 2018; Kocaman, 2017; Liu, 2014; Nabb, 2013; Soto, 2014; Tural Sönmez, 2017; Yıldırım, 2015). Yapılan bu çalışmada da ortaokul öğrencilerinin, matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşeni kapsamında kullanmış oldukları problem çözme stratejilerini incelemek amaçlanmıştır.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşenine yönelik olarak mevcut bilgilerinin derinlemesine incelenmesi amacıyla yapıldığından nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır. Bu kapsamda nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Nitel durum çalışmalarının en temel özelliği bir ya da birkaç durumun ayrıntılı bir şekilde incelenip araştırılmasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2011). Ortaokul öğrencilerinin düşüncelerinin derinlemesine ve ayrıntılı olarak incelenmesi amaçlandığından, çalışmada durum çalışmasının kullanılması tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesiyle belirlenmiştir. Bu örneklemede amaç, çalışılan konuyla ilgili olarak taraf olabilecek bütün bireylerin çeşitliliğini arttırarak bunu araştırmaya maksimum olarak yansıtmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2011). Çeşitliliği sağlamaktaki amaç, genelleme yapmadan, çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi bir ortak veya paylaşılan durumun olup olmadığını belirlemeye çalışmak ve buna yönelik olarak problemin farklı boyutlarını ortaya çıkarmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2011).

Çalışma grubu, sosyo-ekonomik düzeyi farklı olan yerlerde bulunan okullardan maksimum çeşitliliği sağlayacak şekilde cinsiyet ve sınıf değişkeni kapsamında belirlenmiştir. Bu doğrultuda, 6 farklı ortaokul tespit edilmiştir. Bu okullar köy okulu, belde okulu, ilçe okulu, merkeze bağlı köy okulu, özel okul ve merkez okul olacak şekilde belirlenmiştir. Çalışma, her okuldan 16 öğrenci olmak üzere toplam 96 ortaokul öğrencisiyle yapılmıştır. 16 öğrencinin 8'i kadın, 8'i erkek ve 8'i 7. sınıf, 8'i 8. sınıf öğrencisi olarak belirlenmiştir. Çalışma grubu gönüllülük esasına göre belirlenmiş olup, ortaokul öğrencilerine yönelik kodlamalar ve ayrıntılı bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Ortaokul öğrencilerinin özellikleri

Kod	Okul türü	Sınıfı	Cinsiyet	Kod	Okul türü	Sınıfı	Cinsiyet
Ö1	Merkez Okul	7	Kadın	Ö49	Belde Okulu	7	Kadın
Ö2	Merkez Okul	7	Kadın	Ö50	Belde Okulu	7	Kadın
Ö3	Merkez Okul	7	Kadın	Ö51	Belde Okulu	7	Kadın
Ö4	Merkez Okul	7	Kadın	Ö52	Belde Okulu	7	Kadın
Ö5	Merkez Okul	7	Erkek	Ö53	Belde Okulu	7	Erkek
Ö6	Merkez Okul	7	Erkek	Ö54	Belde Okulu	7	Erkek
Ö7	Merkez Okul	7	Erkek	Ö55	Belde Okulu	7	Erkek

Ö8	Merkez Okul	7	Erkek	Ö56	Belde Okulu	7	Erkek
Ö9	Merkez Okul	8	Kadın	Ö57	Belde Okulu	8	Kadın
Ö10	Merkez Okul	8	Kadın	Ö58	Belde Okulu	8	Kadın
Ö11	Merkez Okul	8	Kadın	Ö59	Belde Okulu	8	Kadın
Ö12	Merkez Okul	8	Kadın	Ö60	Belde Okulu	8	Kadın
Ö13	Merkez Okul	8	Erkek	Ö61	Belde Okulu	8	Erkek
Ö14	Merkez Okul	8	Erkek	Ö62	Belde Okulu	8	Erkek
Ö15	Merkez Okul	8	Erkek	Ö63	Belde Okulu	8	Erkek
Ö16	Merkez Okul	8	Erkek	Ö64	Belde Okulu	8	Erkek
Ö17	Özel Okul	7	Kadın	Ö65	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö18	Özel Okul	7	Kadın	Ö66	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö19	Özel Okul	7	Kadın	Ö67	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö20	Özel Okul	7	Kadın	Ö68	Merkez Köy Okulu	7	Kadın
Ö21	Özel Okul	7	Erkek	Ö69	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö22	Özel Okul	7	Erkek	Ö70	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö23	Özel Okul	7	Erkek	Ö71	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö24	Özel Okul	7	Erkek	Ö72	Merkez Köy Okulu	7	Erkek
Ö25	Özel Okul	8	Kadın	Ö73	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö26	Özel Okul	8	Kadın	Ö74	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö27	Özel Okul	8	Kadın	Ö75	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö28	Özel Okul	8	Kadın	Ö76	Merkez Köy Okulu	8	Kadın
Ö29	Özel Okul	8	Erkek	Ö77	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö30	Özel Okul	8	Erkek	Ö78	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö31	Özel Okul	8	Erkek	Ö79	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö32	Özel Okul	8	Erkek	Ö80	Merkez Köy Okulu	8	Erkek
Ö33	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö81	Köy Okulu	7	Kadın
Ö34	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö82	Köy Okulu	7	Kadın
Ö35	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö83	Köy Okulu	7	Kadın
Ö36	İlçe Okulu	7	Kadın	Ö84	Köy Okulu	7	Kadın
Ö37	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö85	Köy Okulu	7	Erkek
Ö38	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö86	Köy Okulu	7	Erkek
Ö39	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö87	Köy Okulu	7	Erkek
Ö40	İlçe Okulu	7	Erkek	Ö88	Köy Okulu	7	Erkek
Ö41	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö89	Köy Okulu	8	Kadın
Ö42	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö90	Köy Okulu	8	Kadın
Ö43	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö91	Köy Okulu	8	Kadın
Ö44	İlçe Okulu	8	Kadın	Ö92	Köy Okulu	8	Kadın
Ö45	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö93	Köy Okulu	8	Erkek
Ö46	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö94	Köy Okulu	8	Erkek
Ö47	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö95	Köy Okulu	8	Erkek
Ö48	İlçe Okulu	8	Erkek	Ö96	Köy Okulu	8	Erkek

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Analizi

Araştırmada kullanılmak üzere matematiksel düşünmenin özellikleri dikkate alınarak matematiksel düşünmeyi gerektirecek problemler hazırlanmıştır. Bu problemlerin matematiksel düşünmenin; varsayımda bulunma, özelleştirme, genelleme ile doğrulama ve ikna etme bileşenlerine yönelik olmasına dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda 10 tane rutin olmayan matematiksel düşünme problemi hazırlanmıştır. Hazırlanan problemler matematik eğitimi alanında uzman 3 alan eğitimcisi, 3 ortaokul matematik öğretmeni ve 1 dil uzmanına gösterilerek uzmanlardan gelen dönütler doğrultusunda problemler üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda, problemlerde istenenlerin öğrenciler tarafından anlaşılmasına yönelik daha açıklayıcı bir ifadenin kullanılması önerilmiştir. Ayrıca öğrencilerin çözümlerini ayrıntılı bir şekilde açıklamaları için problemlerin sonuna, bu amaç doğrultusunda bir eklemenin yapılması gerektiği de belirtilmiştir. Daha sonra 60 ortaokul öğrencisiyle pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma doğrultusunda, öğrencilere problem çözümü için daha çok sürenin verilmesi ve kâğıt üzerinde yeterli alanın olması gerektiği tespit edilmiştir. Yapılan düzenlemeler sonucunda problemlere son şekli verilmiştir. Bu işlemler sonucunda 4 rutin olmayan problem belirlenmiştir. Bu problemlerden varsayımda bulunma bileşenine yönelik olarak belirlenen problem aşağıdaki gibidir.

"Bir kırtasiyede mavi kalemler 2 liraya, kırmızı kalemler ise 3 liraya satılmaktadır. Bu kırtasiyeden bir miktar kalem alan Ahmet, 23 lira ödeme yapmıştır. Buna göre Ahmet'in almış olduğu mavi ve kırmızı kalem sayısının neler olabileceğini bulunuz? Kalem sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız."

Bu problem; sonucuna ulaşma aşamasında, öğrencilerin belirli bir kabule göre hareket edip istenene nasıl ulaştıklarını belirleyebilmek amacıyla oluşturulmuştur. Aynı zamanda öğrencilerden birden fazla sonuç bulmaları ve çözümlerini açıklama biçimlerine yönelik olarak hazırlanmıştır. Hazırlanan problemi, öğrencilerin sınıf ortamında çözmeleri sağlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin rahat davranmaları için öğretmenleri de uygulama sırasında sınıfta çalışmaya katılmıştır. Süre sıkıntısı olmadığı ifade edilerek bir ders süresi boyunca öğrencilerin problemle uğraşmaları sağlanmıştır. Problem çözme aşamasında öğrencilerin sorularına yönlendirme yapılmadan cevap verilmeye çalışılmıştır. Yapılan uygulamalar sonrasında elde edilen verilerin incelenmesinde içerik analizi kullanılmıştır. Rutin olmayan problemin incelenmesi, ortaokul öğrencilerinin yapmış oldukları çözümlerde hangi stratejileri kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıklarının belirlenmesiyle yapılmıştır. Elde edilen veriler, araştırmacılar tarafından problem çözme stratejileri göz önünde bulundurularak temalara ve alt kategorilere ayrılmıştır. Araştırmacıların belirlemiş oldukları temalar birbiriyle karşılaştırılarak ortak temalar belirlenmiş, ortak görüşler doğrultusunda temaların isimlendirilmesi yapılmıştır. Temalar ve alt kategoriler arasındaki bağlantılar göz önüne alınarak veriler şekil ve tablolar haline getirilmiştir. Bunun yanında problem çözümleriyle ilgili öğrencilerin yapmış oldukları çözüm örnekleriyle temalar desteklenmiştir.

Araştırmacıların birbirinden bağımsız olarak yaptıkları kodlamaların kabul edilebilir olması için uyum düzeyinin %80 ve üzerinde olması gerekmektedir (Miles & Huberman, 1994). Bu kapsamda araştırmacılar ayrı ayrı olarak yapmış oldukları kodlamalar arasındaki güvenirlik düzeyinin %95 olduğu belirlenmiştir. Bunun yanında nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği belirlemede aktarılabilirlik (dış geçerlik), inandırıcılık (iç geçerlik), tutarlılık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramlarına dikkat edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2011). İnandırıcılık kapsamında, veriler tarafsız bir araştırmacıyla birlikte incelenip farklılık oluşturan temalar birlikte tekrar gözden geçirilerek değerlendirilmiştir. Aktarılabilirlik doğrultusunda, araştırmanın yapılma aşamaları ayrıntılı olarak ifade edilmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın yöntemi, çalışma grubunun belirlenmesi verilerin analizi ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Tutarlılıkla, verilerin toplanması ve analizinde yapılanlar detaylı olarak açıklanmış ve verilerin birbiriyle olan tutarlılığı gösterilmiştir. Teyit edilebilirlik kavramıyla ise verilerin toplanıp analiz edilmesinde tarafsız davranılmaya çalışılmış, bu doğrultuda sonuçların belirlenmesi ve doğruluğu kapsamında farklı araştırmacıların düşüncelerinden faydalanılmıştır.

Bulgular

Matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma bileşenine yönelik olarak ortaokul öğrencilerinin cevaplarının problem sonucuna doğru bir şekilde ulaşmaları yönünden incelendiğinde aşağıdaki veriler elde edilmiştir.

Tablo 2. Öğrencilerin çözüme ulaşma düzeyleri

Çözüme Ulaşma	Frekans
Yanlış Çözüm	15
Yanlış Stratejiyle Doğru Çözüm	1
Doğru Stratejiyle Yanlış Çözüm	2
Kısmen Doğru Çözüm	63
Doğru Çözüm	15
Toplam	96

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin büyük bölümünün (n=63) kısmen doğru çözüm yaptığı görülmektedir. Bunun yanında yanlış çözüm ve doğru çözüm yapanların sayısının eşit ve 15 olduğu belirlenmiştir. Ayrıca doğru bir şekilde problemin çözümüne başlayan ancak yanlış çözüm yapan 2 öğrencinin olduğu ve yanlış stratejiyle doğru sonuca ulaşan öğrencilerin ise 1 olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin problem çözümleri sırasında yapmış oldukları çözümleri açıklama biçimleri incelendiğinde aşağıdaki bulgular elde edilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin çözümlerini açıklama biçimleri

Açıklama Biçimi	Frekans
Sözel İfade Kullanımı	29
Matematiksel İfade Kullanımı	16
Sözel ve Matematiksel İfade Kullanımı	51
Toplam	96

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun (n=51) problemi çözerken sözel ve matematiksel ifadeleri birlikte kullandıkları görülmektedir. Devamında en çok kullanılan açıklama biçiminin 29 öğrenci tarafından kullanılan sadece sözel ifadelerle açıklama biçimi olduğu tespit edilmiştir. En az olarak ise 16 öğrenci tarafından kullanılan sadece matematiksel ifadelerle problemin çözümüne ulaşma biçimi olduğu belirlenmiştir.

Şekil 1. Ortaokul öğrencilerinin kullandıkları stratejiler

Öğrencilerin problemde çözüme ulaşmaları ve problemi açıklarken kullanmış oldukları çözüm biçimleri ayrıntılı olarak incelendikten sonra problem çözümlerinde kullanmış oldukları çözüm stratejileri incelenmiştir. Buna yönelik olarak öğrencilerin kullanmış oldukları problem çözme stratejileri Şekil 1 de verilmiştir.

Öğrencilerin problem çözümünde kullanmış oldukları stratejiler ayrıntılı olarak incelendiğinde temel problem stratejilerinden tahmin ve kontrol ile denklem kurma stratejilerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Tahmin ve kontrol teması kapsamında öğrencilerin problemi çözerken rastgele değer verdikleri ya da sistematik değer vererek çözüme ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sistematik değer verirken kullanmış oldukları işlemler göz önüne alındığında 7 alt kategorinin olduğu belirlenmiştir. Denklem kurma temasında ise öğrencilerin kurmuş oldukları denklemlerdeki değişkenler açısından x, y türünden ya da bunun dışında herhangi bir değişken kullanarak problemi çözmeye çalıştıkları görülmüştür.

Varsayımda bulunma problemine yönelik olarak öğrencilerin kullanmış oldukları problem çözme stratejilerinin frekans dağılımları aşağıda verilmiştir.

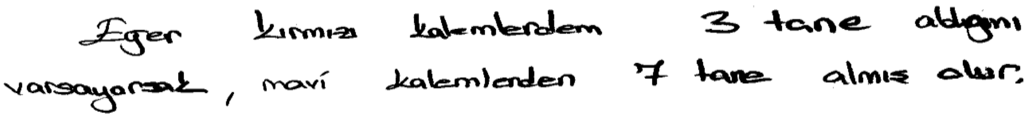
Tablo 4. Kullanılan stratejilerin frekans dağılımları

Kullanılan Stratejiler				Frekans
Tahmin ve Kontrol	Rastgele Değer Verme			26
	Sistematik Değer Verme		Veriler arasındaki ilişkilere dayalı değer verme	3
			Verileri ayrı ayrı toplama	23
			Verilerin katlarını inceleme	1
			Bütünü parçalama	7
			Bütüne tamamlama	2
			Verileri birleştirip bütüne ulaşma	4
			Bütünden parça çıkarma	7
Denklem Kurma	x, y Değişkeni Kullanma	Bir Bilinmeyenli	Denklem çözme	3
		İki Bilinmeyenli	Değer verme	8
			Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme	3
			Denklem çözme	4
	Herhangi Bir Değişken Kullanma	Bir Bilinmeyenli	Denklem çözme	1
		İki Bilinmeyenli	Değer verme	2
			Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme	2

Tablo incelendiğinde öğrencilerin oldukça büyük bir bölümünün (n=73) tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak problemi çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Bu tema altında ise sistematik değer verme temasını 47 ve rastgele değer verme temasını ise 26 öğrencinin tercih ettiği belirlenmiştir. Sistematik değer verme teması altında ise en çok verileri ayrı ayrı toplayarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Denklem kurma stratejini 23 öğrencinin kullanmış olduğu görülmüştür. Bu tema altında 18 öğrencinin x, y türünden değişken kullandığı ve 5 öğrencinin ise herhangi bir değişken kullanarak problemi çözmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin yapmış oldukları çözümler ve açıklamalar aşağıda verilmiştir.

1. Tahmin ve Kontrol Teması: Problem çözümünü "*değer vererek bulma*"ya yönelik olarak ifade edilen tema olarak belirlenmiştir.

a) Rastgele Değer Verme: Burada öğrenciler çözümlerini yaparken belirli bir çözüm yolu tercih etmeden sonucun ne(ler) olabileceğini değerler vererek bulmaya çalışmışlardır. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.

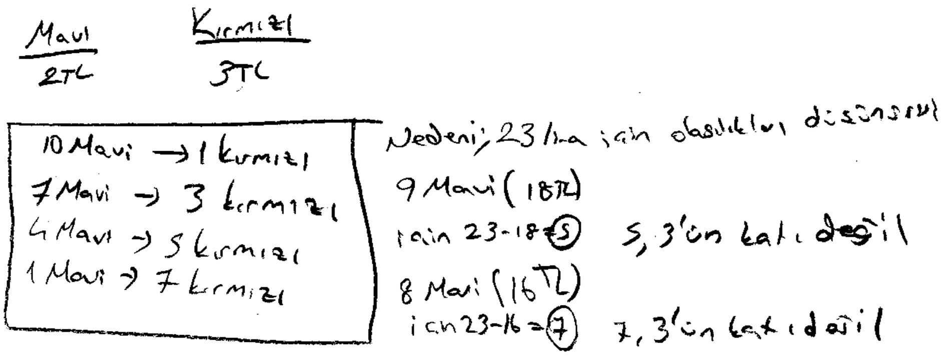


Şekil 2. Ö18'in çözüm örneği

18'in yapmış olduğu çözümde 3 kırmızı kalem alması durumunda kaç tane mavi kalem alabileceğini ifade etmiştir. Bu durumda problemde istenen 4 durumdan birini bularak yapmış olduğu çözümü tamamladığı görülmektedir.

b) Sistematik Değer Verme: Bu strateji kapsamında öğrenciler, belirli kurallar dâhilinde değerler vererek problemin sonucuna ulaşmaya çalışmışlardır. Bu doğrultuda 7 alt kategori belirlenmiştir.

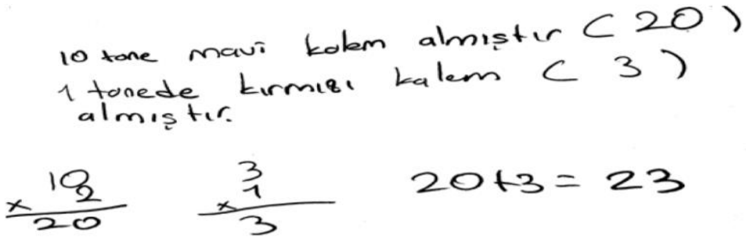
- *Veriler arasındaki ilişkiye dayalı değer verme:* Bu tema kapsamında öğrenciler problemde veriler arasındaki bağıntıya yönelik olarak değer vermekteler ve bu şekilde problemin sonucuna ulaşmaya çalışmaktadırlar. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 3. Ö30'un Çözüm Örneği

Ö30'un yapmış olduğu çözümde problemin sonucuna yönelik olarak değer vermeye çalıştığı görülmektedir. Bu kapsamda mavi kalemlere değerler verdiği devamında ise elde ettiği sayıların ortak özelliği olarak 3'ün katı olan sayılar olmasıyla bağlantılı olarak kırmızı kalemlerin sayını bulduğu tespit edilmiştir. Bu şekilde problemde istenen 4 durumu da bularak problem çözümünü tamamlamıştır.

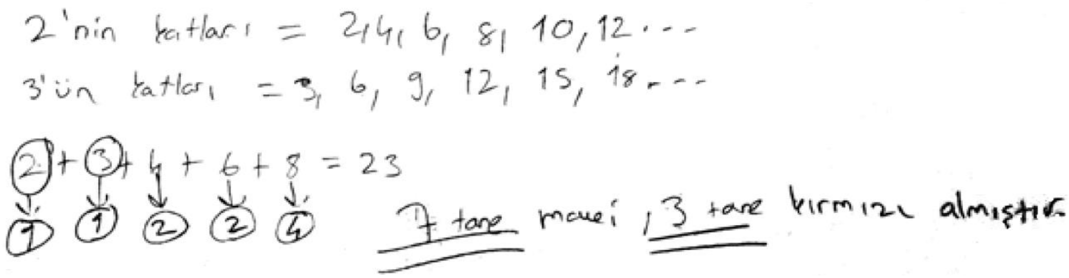
- *Verileri ayrı ayrı toplama:* Bu temada öğrenciler, problem çözme sürecinde yapmış oldukları işlemleri ayrı ayrı göstermektedirler ve sonrasında elde ettikleri değerleri toplayarak bütüne ulaşmaya çalışmaktadırlar. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 4. Ö6'nın çözüm örneği

Ö6'nın yapmış olduğu çözümde 10 tane mavi kalem alması durumunda kaç lira harcayacağını ve 1 tane kırmızı kalem aldığında da ne kadar harcayacağını işlemsel olarak bulduğu görülmektedir. Devamında ise bu iki değerin, problemdeki toplam miktarı verdiğini göstererek problem çözümünü tamamlamıştır. Ancak problemde istenen durumlardan sadece birini ifade etmiştir.

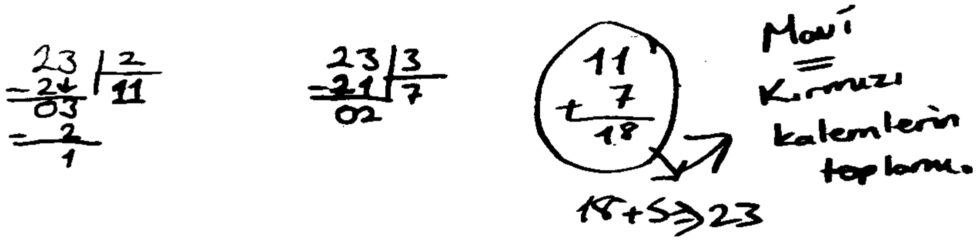
- *Verilerin katlarını inceleme:* Bu temada öğrenciler, problemde verilenlerin katlarına yönelik olarak yorum yapmaktadırlar. Bu bağıntıya dikkat ederek problemin sonucunu bulmaya çalışmaktadırlar. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 5. Ö64'ün çözüm örneği

Ö64'ün yapmış olduğu çözümde öncelikle problemde verilen değerlerin katlarını belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Daha sonra ise bulduğu katlara göre toplam sayıya nasıl ulaşacağını belirlemeye çalışmıştır. Bu aşamadan sonra problemde istenene değer vererek ulaşmıştır. Ancak, problemde istenen bir durumu belirtmiştir.

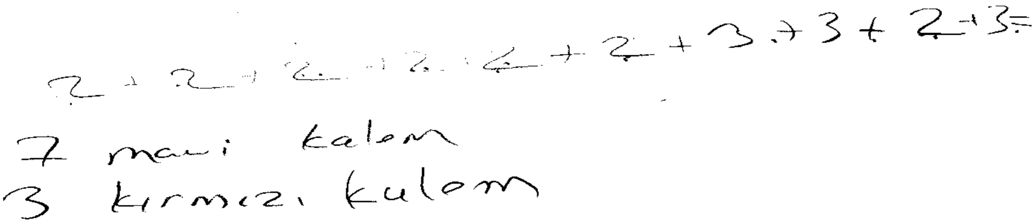
- *Bütünü parçalama:* Bu temada, problemde bütün olarak belirtilen verinin parçalanmasıyla sonuca ulaşılmaktadır. Elde edilen parçalardan verilen bütüne nasıl ulaşılacağı ifade edilmektedir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 61. Ö83'ün çözüm örneği

Ö83'ün yapmış olduğu çözümde problemde bütün olarak verilen miktarı kırmızı ve mavi kalemlerin fiyatına bölmeye çalıştığı görülmektedir. Daha sonra elde ettiği değerlerle toplam kalem miktarına ulaşmaya çalışmıştır. Ancak problemi yanlış bir şekilde çözdüğü belirlenmiştir.

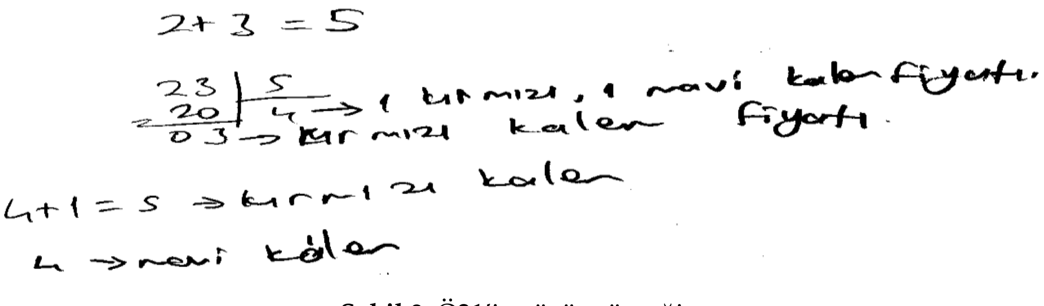
- *Bütüne tamamlama:* Bu tema, problemde verilenlerin kaç tanesiyle bütüne ulaşılacağının tek tek hesaplanmasıyla sonucun bulunmasına yöneliktir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 7. Ö15'in çözüm örneği

Ö15'in yapmış olduğu çözümde, kırmızı ve mavi kalemlerin fiyatlarını belirli sayıda yan yana yazdığı görülmektedir. Bu şekilde bütüne ulaşmak için kaç tane kalem olması gerektiğini deneyerek hesapladığı tespit edilmiştir. Problemde istenen 4 durumdan sadece birine ulaşarak çözümü bitirdiği belirlenmiştir.

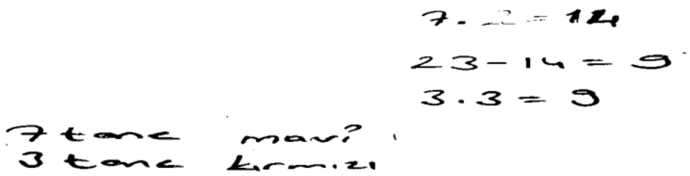
- *Verileri birleştirip bütüne ulaşma:* Bu tema kapsamında, problemde verilen parçaların birleştirilmesiyle bütünün nasıl bulunacağı belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 8. Ö21'in çözüm örneği

Ö21'in yapmış olduğu çözümde, öncelikle problemde verilen kırmızı ve mavi kalemlerin toplamının 5 lira olduğunu bulduğu görülmektedir. Daha sonra ise kalemlerin toplam miktarını, bulduğu birer kalemin toplam miktarına bölmesiyle 4'er kırmızı ve mavi kalem aldığını ifade etmiştir. Bölme işlemi sonucunda bulduğu 3'ü de bir kırmızı kaleme karşılık olarak belirtmiştir. Bu şekilde 5 kırmızı ve 4 mavi kalemin alındığını ifade etmiştir. Ancak problemde sadece bir durumu göstererek problem çözümünü tamamlamıştır.

- *Bütünden parça çıkarma:* Bu temada odak nokta, problemde bütün olarak verilen ifadenin parçalanmasıyla kalan verilerin problemdeki diğer verileri sağlayıp sağlamadığının kontrol edilmesidir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



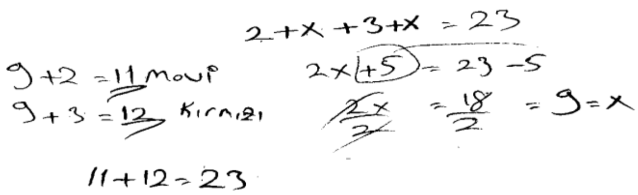
Şekil 9. Ö50'nin çözüm örneği

Ö50'nin yapmış olduğu çözümde, ilk olarak 7 tane mavi kaleme karşılık ne kadar ödeme yapılması gerektiğini hesapladığı belirlenmiştir. Bulduğu bu değeri problemde verilen bütünden çıkararak kalan parça ile 3 kırmızı kalem alabileceğini ifade etmiştir. Bu şekilde problemde istenen durumlardan birini belirterek problem çözümünü tamamlamıştır.

2. Denklem Kurma Teması: Denklem kurulmasıyla problemde istenenlere ulaşmaya yönelik olarak belirlenen temadır.

a) *x, y Değişkeni Kullanma:* Bu tema denklem kurulması sürecinde x, y terimlerinin değişken olarak kullanmasına yöneliktir.

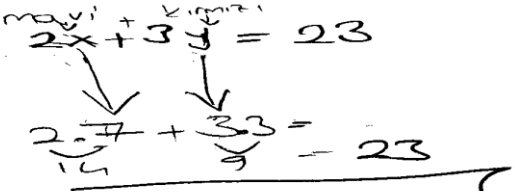
- *Bir bilinmeyenli – Denklem çözme:* Bu temada öğrenciler bir bilinmeyenli bir denklem kurarak problemi çözmeyi amaçlamaktadırlar. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 10. Ö39'un çözüm örneği

Ö39'un yapmış olduğu çözümde, problemde verilenlere göre denklemi kurarken mavi ve kırmızı kalemlerin fiyatına eşit miktarda bilinmeyen bir miktarı ekleyip, denklemi toplam miktara eşitlediği görülmektedir. Bu denklemin çözümüyle bulduğu değeri mavi ve kırmızı kalemlerin fiyatına ekleyerek toplam kalem sayısını bulamaya çalışmıştır. Ancak bu şekilde hatalı bir şekilde çözümünü tamamlamıştır.

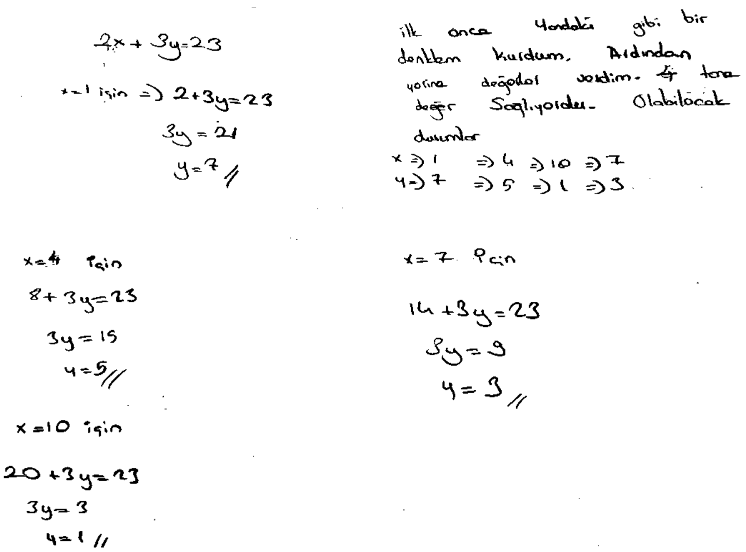
- *İki bilinmeyenli – Değer verme:* Bu tema, problemde verilenlere göre kurulan iki bilinmeyenli bir denklemde değerler verilerek problemin sonucuna ulaşmaya yöneliktir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 11. Ö47'nin çözüm örneği

Ö47'nin yapmış olduğu çözümde, ilk olarak iki bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Devamında ise denklemde değişken olarak ifade ettiği x ve y değişkenlerine hangi sayıları verdiğinde denklemi sağladığını bulmaya çalıştığı tespit edilmiştir. Bu şekilde problemde istenenlerden birine ulaşarak problem çözümünü tamamlamıştır

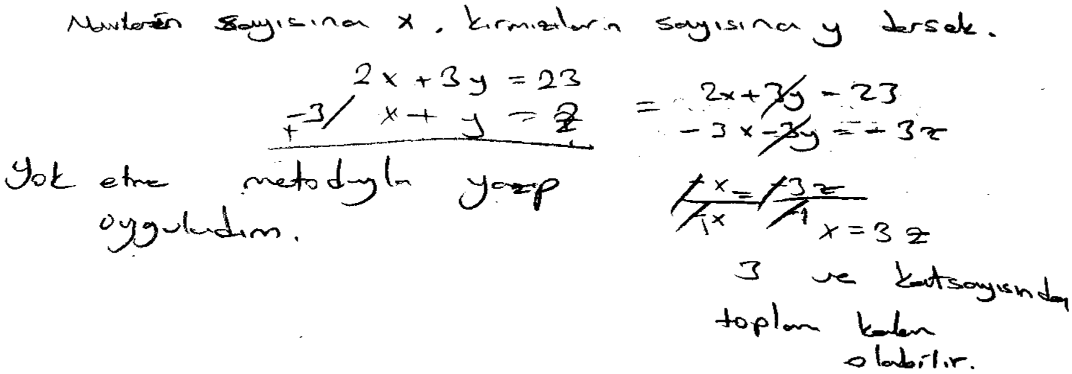
- *İki bilinmeyenli – Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme:* Bu tema, problemde verilenlere göre kurulan iki bilinmeyenli denklemde değişkenler arasındaki bağıntıya dayalı olarak değer verilmesiyle problemin sonucuna ulaşmaya yöneliktir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 12. Ö76'nın çözüm örneği

Ö76’nın yapmış olduğu çözümde öncelikle iki bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Devamında değişkenlerden birine değer vererek elde ettiği bir bilinmeyenli denklemin çözümüyle diğer değişkeni de bulmaya çalıştığı tespit edilmiştir. Bu şekilde bütün istenen durumlara ulaşıp problem çözümünü tamamlamıştır.

- *İki bilinmeyenli – Denklem çözme:* Bu tema, verilenlere dayalı olarak kurulan iki bilinmeyenli denklemin çözülmesiyle problem çözümüne ulaşmaya yöneliktir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.

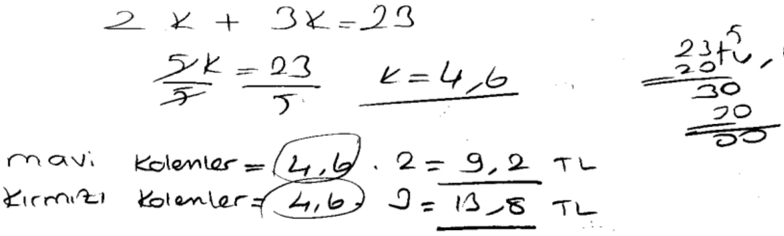


Şekil 13. Ö96’nın çözüm örneği

Ö96’nın yapmış olduğu çözümde, verilenlere göre toplam kalem fiyatı için bir denklem kurduğu ve birer kalemin toplam fiyatını z gibi bir değişkene eşitleyerek ikinci bir denklem kurduğu görülmektedir. Bu şekilde elde ettiği iki denklemi çözerek problemin sonucuna ulaşmaya çalışmıştır. Ancak denklemleri çözerken hata yaparak yanlış çözüm yapmıştır.

b) Herhangi Bir Değişken Kullanma: Bu tema kapsamında problemde verilenlere yönelik olarak x, y değişkenleri dışında herhangi bir değişken kullanarak problemin çözülmesi hedeflenmektedir.

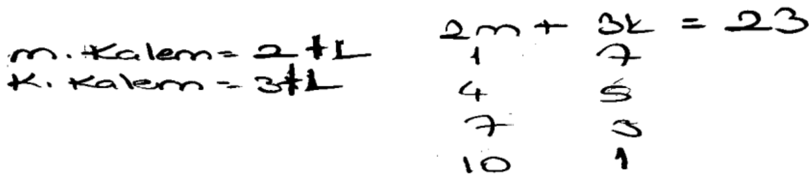
- *Bir bilinmeyenli – Denklem çözme:* Burada bir değişken kullanılarak elde edilen denklemin çözülmesi amaçlanmaktadır. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 14. Ö34’ün çözüm örneği

Ö34'ün yaptığı çözümde, mavi ve kırmızı kalemlerin sayısını aynı olarak düşünüp bir bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Bu şekilde denklemi çözmesiyle bulduğu bilinmeyene karşılık kalemlerin sayısını eşit almasından dolayı yanlış çözüme ulaştığı belirlenmiştir.

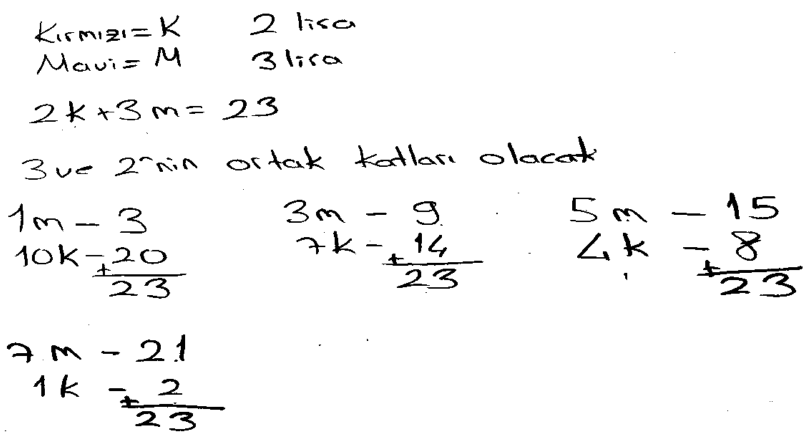
- *İki bilinmeyenli – Değer verme:* Burada problemi çözmek amacıyla iki bilinmeyenli bir denklemin kurulması ve kurulan denklemde değişkenlere değerler verilerek sonuca ulaşılmaya çalışılması amaçlanmaktadır. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 15. Ö29'un çözüm örneği

Ö29'un yaptığı çözümde mavi ve kırmızı kalemlere farklı değişkenler vererek iki bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Daha sonra değişkenlere değerler vererek istenen bütün değerleri bulup problem çözümünü doğru bir şekilde tamamlamıştır.

- *İki bilinmeyenli – Katsayılar arasındaki ilişkiye dayalı değer verme:* Burada problemdeki verilenlere göre kurulan iki bilinmeyenli bir denklemde bir değişkene değer verilerek sonrasında denklemdeki bağıntıya göre diğer değişkeni bulmak hedeflenmektedir. Bu kapsamda örnek problem çözümü aşağıdaki gibidir.



Şekil 16. Ö31'in çözüm örneği

Ö31'in yaptığı çözümde, problemde verilenlere göre iki bilinmeyenli bir denklem kurduğu görülmektedir. Kurduğu denklemde değişkenlerin katsayıları arasındaki bağıntılara dikkat ederek değer verip problemde istenen durumların tamamını bulup problemin çözümünü tamamladığı belirlenmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Yapılan çalışmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünmenin *"varsayımda bulunma"* bileşenine yönelik olarak kullanmış oldukları stratejilerin neler olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin denklem kurma ile tahmin ve kontrol stratejilerini temelde kullandıkları belirlenmiştir.

Varsayımda bulunma bileşeni kapsamında öğrencilerin yapmış oldukları çözümler ayrıntılı olarak incelendiğinde öğrencilerin çoğunun kısmen doğru cevap verdikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeni olarak problemde birden fazla durumun istenmesinden dolayı, öğrencilerin istenenlerin tamamını bulmadan birkaç seçeneği bularak problem çözümünü tamamlamış oldukları ifade edilebilir. Bu durumla benzer şekilde Karakoca (2011) yapmış olduğu çalışmada, birden fazla istenenin olduğu problemlerde öğrencilerin bir seçeneği ifade ederek problem çözümünü bitirdiklerini belirtmiştir. Aynı şekilde Arslan ve Yıldız (2010) ile Özer ve Arıkan (2002) çalışmalarında varsayımlara dayalı problemlerde öğrencilerin bazı sayısal değerleri deneyerek, bunun sonucunda buldukları birkaç cevabı çözüm olarak ifade ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Buradan öğrencilerin varsayıma dayalı problemlerde birkaç değer buldukları ancak istenen bütün değerlere ulaşmadan problem çözümünü bitirdiklerini düşündükleri söylenebilir. Ayrıca bazı öğrencilerin doğru stratejiyle problem çözümüne başladıkları ancak yanlış sonuca ulaştıkları görülmüştür. Literatürdeki bazı çalışmalarda da (Erbaş & Okur, 2012; Ersoy & Güner, 2014; Rudder, 2006) benzer sonuçların olduğu tespit edilmiştir.

Öğrencilerin problem çözümünü açıklama biçimleri incelenirken öğrencilerin büyük çoğunluğunun matematiksel ve sözel ifadeleri birlikte kullanarak çözüm yaptıkları görülmüştür. Bu durumun öğrencilerin yapmış oldukları matematiksel ifadeleri sözel olarak da ifade etme ihtiyacı duydukları şeklinde ifade edilebilir. Arslan ve Yıldız (2010) ile Keskin, Akbaba-Dağ ve Altun (2013) ise yaptıkları çalışmalarda varsayımda bulunma bileşenine yönelik olarak öğrencilerin sözel ifadelerle çözümlerini tamamladıkları belirlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin problem çözüm aşamasında farklı çözüm biçimlerini kullanarak çözüm yapmalarına olanak sağlayacak bir öğretim sürecinin faydalı olacağı düşünülebilir.

Öğrencilerin kullanmış oldukları problem çözme stratejileri incelendiğinde, denklem kurma ile tahmin ve kontrol stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Bu iki tema arasında tahmin ve kontrol temasının daha çok kullanıldığı tespit edilmiştir. Problemde birden fazla cevap olasılığının bulunması nedeniyle öğrencilerin, problemi değer vererek çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Benzer olarak Karakoca (2011) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin matematiksel açıklama yapmak yerine örnek durumlarla problemlerin sonucuna ulaşmaya çalıştıklarını belirtmiştir. Karacaoğlu (2015) ise öğrencilerin cebirsel ifadeleri çözme aşamasında, sistematik dağıtma, ters işlem, denklem kurma, deneme yanılma ve bölme sonrası düzenleme stratejilerini kullandıklarını ifade etmiştir. Benzer şekilde Ersoy ve Güner (2014) bu çalışmayla ortak olarak öğrencilerin tahmin ve kontrol stratejisini kullandıklarını belirtmişlerdir. Altun ve Arslan'nın (2006) da çalışmalarında tahmin ve kontrol stratejisinin ortak olarak kullandıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Bu tema kapsamında öğrencilerin problemi çözerken rastgele ve sistematik değer verip sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bunlardan ise en çok sistematik değer vermeyi kullandıkları tespit edilmiştir. Sistematik olarak değer verirken 7 farklı çözüm biçimini kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Denklem kurma teması kapsamında ise çoğunlukla x, y değişkenlerini tercih etmelerinin yanında başka türden değişkenler de kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin iki bilinmeyenli denklemlerde, x, y değişkenlerini kullandıkları zaman denklemleri çözmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Ancak başka türden değişkenlerle denklemi kurduklarında ise denklemi çözmeden değer vererek sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu duruma benzer olarak Kieran (1992), öğrencilerin denklem çözümlerinde zorlanmalarının, kullanılan değişkenleri anlamamalarından kaynaklandığını ifade etmiştir. Bunun yanında Küchemann (1978), harflerin farklı kullanım şekillerini anlamada öğrencilerin zorlandıklarını belirtmiştir. Elde edilen bu sonuçlar doğrultusunda varsayıma dayalı problemlerde öğrencilerin istenen bütün durumları bulabilmeleri ve işlem pratikliği kazanmaları için eğitim öğretim sürecinde bu tür problemlere ağırlık verilmesi ve ders kitaplarında da bu tür problem örneklerinin artırılmasının faydalı olacağı ifade edilebilir. Ayrıca öğrencilerin problem çözme aşamasında farklı çözüm stratejilerini kullanmalarını sağlayacak ve denklemlerdeki değişkenlerin anlamını daha iyi ifade edecek bir eğitim sürecinin oluşturulmasının oldukça önemli olduğu ifade edilebilir. Öğrencilerin varsayımda bulunma problemine yönelik olarak, belirlenen iki strateji dışında diğer strateji kullanmamalarından dolayı, matematiksel düşünmenin bu bileşeni kapsamında farklı stratejileri de kullanmalarına olanak sağlayacak etkinliklere önem verilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Bilgilendirme

Bu çalışma, İnönü Üniversitesi'nden Prof.Dr. Recep Aslaner'in danışmanlığında Ebru Kükey'in doktora tezinin bir parçasından oluşmaktadır.

Kaynaklar

Altun, M. & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(1), 1-21.

Arslan, S. & Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, *35*(156), 17-31.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*(l), 35-49.

Blitzer, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.

Cumhur, F. & Güven, B. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının kullandıkları soruların incelenmesi: öğretmenlik uygulaması dersinden yansımalar. *Journal of Computer and Education Research*, *6* (12), 195-221.

Czocher, J. A. (2013). Where does the calculus go? An investigation of how calculus ideas are used in later coursework. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technologj*, *44*(5), 673-684.

Erbaş, A. K. & Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality and Quantity: International Journal of Methodology*, *46*(1), 89–102.

Ersoy, E. & Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *3*(2), 102-112.

Ferri, R. B. (2003). Mathematical thinking styles-An emprical study, www.erzwiss.unihamburg.de/Personal/Gkaiser/pdf-dok/borrom2.pdf (erişim tarihi: 09.05.2015)

Henderson, P. (2002). *Materials development in support of mathematical thinking.* http://portal.acm.org/citation.cfm?id=783001 (erişim tarihi: 16.11.2015)

Karacaoğlu, A. (2015). *6-8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve hatalarının analizi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Keith, D. (2000). Finding your inner mathematician. *Chronicle of Higher Education*, *47*(5), 5-6.

Keskin, M., Akbaba-Dağ, S. & Altun, M. (2013). 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarının karşılaştırılması. *Journal of Educational Sciences*, *1*, 33-50.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan.

Kocaman, M. (2017). *Lise 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in Scholl*, *7*(4), 23-26.

Kükey, E. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile öğretmen adaylarının bu konudaki görüşlerinin incelenmesi*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.

Kükey, E. & Aslaner, R. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının, iyi bir matematik öğretmeninin nasıl olması gerektiğine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*, *1*(1), 1-11.

Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching?. *The Mathematics Teacher*, *96*(6), 416-421.

Liu, Y. (2014). *Teachers' in-the-moment noticing of students' mathematical thinking: a case study of two teacher*, Unpublished doctoral thesis, The University of North Carolina.

Lutfiyya, L. A. (1998). Mathematical thinking of high school in nebraska. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology*, *29*(1), 55-64.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Revised Edition. England: Addison-Wesley Publishers, Wokingham.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2. edition). London: Sage Publications.

Mubark, M. (2005). *Mathematical thinking and mathematical achievement of students in the year of 11 scientific stream in Jordan*, Unpublished doctoral thesis, New Castle.

Nabb, K. A. (2013). *An empirical grounded theory approach to characterizing advanced mathematical thinking in college calculus,* Unpublished doctor's thesis, Graduate College of the Illinois Institute o f Technology, Chicago.

National Council of the Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA.

Özer, Ö. & Arıkan, A. (2002, Eylül). *Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapma düzeyleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Rudder, C. A. (2006). *Problem solving: case studies investigating the strategies used by secondary American and Singaporean students,* Ph.D. thesis, Florida State University.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. (Ed. D.A. Grouws). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of The National Council of Teachers of Mathematics*. (pp.334-370). Newyork: Macmillan.

Soto, M. M. (2014). *Documenting students' mathematical thinking through explanations and screencasts,* Unpublished doctoral thesis, The University of California, California.

Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it ımportant? *APECTsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. http://www.apecneted.org/resources/files/12_3-4_06_1_Stacey.pdf (erişim tarihi: 12.04.2015)

Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.

Tural-Sönmez, M. (2017). Matematiksel modelleme problemlerinin yapılandırılması üzerine tasarım tabanlı inceleme: finansal içerik örneği. *Journal of Computer and Education Research*, *5*(10), 218-240.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 234–243.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, D. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik problemlerdeki matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi,* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.