

## The Investigation of Prospective Mathematics Teachers' Solutions of A Locus Problem

Kübra AÇIKGÜL  
Recep ASLANER  
*Inonu University, Faculty of Education*

### Abstract

*The purpose of this study is to investigate problem solving processes of prospective elementary mathematics teachers on locus problems by using paper-pencil and Dynamic Geometry Software (DGS). In the research designed as a case study the participants were 19 senior prospective teachers. This data was collected by using diary notes and worksheets of the prospective teachers. The qualitative data were analyzed by following the stages suggested by the Miles and Huberman (1994, p.10): data reduction, data display and conclusion drawing/verification. In the research it was determined that prospective teachers experienced various situations such as difficulty in understanding the question, guessing the answer, and making generalization in paper-pencil application. Contrary to paper-pencil solutions in the process of the software solution, prospective teachers got opportunity to try different solutions, to make hypothesis, to test their hypothesis and to make generalization by using the software and thus they reached expected solutions.*

**Keywords:** *Prospective mathematics teachers, dynamic geometry software, locus.*

### SUMMARY

Locus is one of the difficult subjects for prospective teachers. Prospective teachers having insufficient knowledge and misconceptions (Acikgul, 2012; Acikgul and Aslaner, 2012a; Gulkilik, 2008) experience various difficulties while solving problems related to locus subject. The difficulties in solving locus problems result from its abstract nature (Acikgul and Aslaner, 2012b; Guven and Karatas, 2009). In traditional learning processes including use of paper, pencil, ruler for solving problems, dealing with locus problems is very hard (Guyen and Karatas, 2009). Dynamic Geometry Software (DGS) is taught to be highly effective in the process of solving locus problems (Guyen, 2002; Guven 2008b; Guven and Karatas, 2009; Jahn, 2002; Real and Leung, 2006). The dynamic geometry softwares's features such as "Trace" and "Locus" offer new possibilities for the study of locus problems (Cha and Noss, 2001; Jahn, 2002). Snapshot impressions which can not be taken place in traditional environments and are required to solve locus problems can be easily done with this softwares (Guyen and Karatas, 2009). The purpose of this study is to investigate problem solving processes of prospective elementary mathematics teachers on locus problems by using paper-pencil and Dynamic Geometry Software (DGS).

## METHOD

The research was designed as a case study from qualitative research perspective. The participants of study were 19 senior prospective teachers of Elementary Mathematics Education Program in 2010-2011 academic year. At the beginning, scope of the study was described to prospective teachers and prospective teachers were asked whether they were willing to participate as a volunteer or not. In this study, locus problems which are the subject of a geometry were addressed and a computer software were used. Therefore taking courses on geometry and computer applications is a criterion for selecting the prospective teachers. Data of the study was collected by using diary notes and worksheets of the prospective teachers. At the beginning of the study, technical features of software was introduced and then activities were done for 12 hours in 4 weeks. After the prospective teachers solved problems by using paper-pencil approach, they used software for making their solutions. During the study, the prospective teachers were observed in their natural environment and data was collected by observation. Researcher recorded the research process with direct quotations from prospective teacher's comments in researcher's diary notes. Thus, the credibility of the study was conducted. In the study one of the four activities was considered. The qualitative data were analyzed by following the stages suggested by the Miles and Huberman (1994, p.10): data reduction, data display and conclusion drawing/verification.

## FINDINGS

In this study, the "What is the locus of points which have fixed angle ( $\alpha$ ) given a segment in a plane?" problem was considered. In this problem, the prospective teachers should take into account three different possibilities:  $\alpha$  is an acute angle ( $\alpha < 90^\circ$ ) or a vertical angle ( $\alpha = 90^\circ$ ) or a wide-angle ( $\alpha > 90^\circ$ ). However, it was determined that there were not any prospective teachers taking into account three conditions together. Prospective teachers answers were arc, circle, semicircle, ellipse, circular region, inscribed angle, cone.

## RESULTS & DISCUSSION

As a result of the study it was determined that prospective teachers experienced challenging such as difficulties in understanding the question, guessing the answer, and making generalization in paper-pencil application. These findings are similar to the results of studies in the literature (Acikgul, 2012; Acikgul and Aslaner, 2012b; Guven and Karatas, 2009). Also some of the prospective teachers had misconception about the concept of locus. This findings support the results obtained Acikgul (2012a) and Gulkilik (2008) studies. Contrary to paper pencil application process in the process of the software solution, prospective teachers got opportunity to try different solutions, to make hypothesis, to test their hypothesis and to make generalization by using the software and by this they reached expected solutions. During the activity prospective teachers experienced some difficulties about use the geometry knowledge. However, they could easily relate their knowledge with the solutions. In conclusions, the

prospective teachers who experienced difficulties in solutions process by using paper-pencil corrected their mistakes by the software. This process allowed the prospective teachers to use different thinking skills. Prospective teachers made also several errors during the solution by using the software. However, the prospective teachers discovered mathematical associations by recognizing invariant features in addition to variant features by the help of the software's drag and feedback features. In the solution process by the software, the prospective teachers got the opportunity of checking process stages and they tried to correct their mistakes in previous stages.



## Matematik Öğretmen Adaylarının Bir Geometrik Yer Problemine İlişkin Çözümlerinin İncelenmesi<sup>1</sup>

Kübra AÇIKGÜL  
Recep ASLANER

*İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi*

### Özet

*Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının kâğıt-kalem ve dinamik bir geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözme süreçlerini incelemektir. Nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasının kullanıldığı araştırmaya, son sınıfa devam eden 19 matematik öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmanın verileri araştırmacı günlüğü notları ve çalışma kâğıtları kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen nitel veriler Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen veri azaltma, veri sunumu ve sonuç çıkarma/yorumlama aşamaları takip edilerek çözümlenmiştir. Araştırmada, kâğıt-kalem kullanarak yapılan çözüm sürecinde katılımcıların soruyu anlayamama, cevabı tahmin edememe, genelleme yapamama gibi zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Yazılımla çözüm sürecine gelindiğinde ise, farklı çözüm yollarını deneme, hipotez kurma, hipotezlerinin doğruluğunu test etme, genelleme yapma fırsatı bulan öğretmen adayları doğru sonuca ulaşabilmişlerdir.*

**Anahtar Kelimeler:** Matematik öğretmen adayı, Dinamik geometri yazılımı, Geometrik yer

Geometri, matematik öğretmen adaylarının matematik içinde en az performans gösterdikleri ve öğretme konusunda en az güvene sahip oldukları alandır (Jones, Mooney ve Harries, 2002). Buna karşın öğretmen adaylarının öğretmen olduklarında öğrencilerini matematiksel olarak yetkin hale getirmeleri için birtakım yeterliliklere sahip olmaları gerekmektedir (Hiebert, Morris ve Glass, 2003). Matematik Bilimleri Konferansı Kurulu, 2000 raporunda (ABD raporu) öğretmen adaylarının geometride; görselleştirme, teknik kelimeleri ve alana özgü dili anlama, geometrik şekiller hakkında varsayımlarda bulunma ve bunları kanıtlama-reddetme becerilerine sahip olmaları gerektiği yer almaktadır (Jones vd., 2002).

Yapılan çalışmalar matematik öğretmen adaylarının geometride çeşitli zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Durmuş, Toluk ve Olkun, 2002; Gülkılık, 2008; Jones vd., 2002; Kaplan ve Hızarcı, 2005; Tutak, 2011). Geometrik yer konusu öğretmen adaylarının güçlük yaşadığı konulardan biridir. Konu hakkında bilgi eksikliğine ve kavram yanılgılarına sahip olan öğretmen adayları (Açıkgül ve Aslaner, 2012a; Gülkılık, 2008) konu ile ilgili problemleri çözerken çeşitli sıkıntılarla karşılaşmaktadırlar (Açıkgül ve Aslaner, 2012b; Güven ve Karataş, 2009). Oysa geometrik yer açıortay, üçgen, çember, elips, parabol, hiperbol gibi geometri ve analitik

<sup>1</sup> Bu çalışma, 02-04 Şubat 2011 tarihleri arasında İnönü Üniversitesi tarafından düzenlenen Akademik Bilişim Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

geometrinin temel kavramlarının öğretiminde anahtar role sahiptir. Ayrıca, birçok teoremin ispatında bu kavramdan yararlanılmaktadır. Dolayısıyla üzerinde önemle durulması gereken bir konudur.

Geometrik yer problemlerinin çözümünde genel bir yöntem olmamakla birlikte (Cha ve Noss, 2001; Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009) kâğıt-kalem kullanılarak geometrik yer problemlerinin çözümü, koşulu sağlayan noktaların belirlenmesi ve daha sonra bu noktaların dikkate alınarak geometrik yerin tahmin edilmesi yoluyla gerçekleşmektedir (Gorghiu vd., 2009; Güllük, 2008). Böyle bir çözüm yolunda neredeyse her bir soru için farklı bir şekil tasarlamak gerekmekte; ancak bu mümkün olmamaktadır (Güven ve Karataş, 2009).

Dinamik Geometri Yazılımları'nın geometrik yer problemlerinin çözüm sürecinde oldukça etkili olduğu düşünülmektedir (Güven, 2002; 2008; Güven ve Karataş, 2009; Jahn, 2002; Real ve Leung, 2006). Gao (1998) ve Kokol-Voljc (2007) DGY'lerin geometrik yer özelliklerine dikkat çekerken Schumann ve Green (1997) bu özellikleri şu şekilde sıralamıştır:

- Problem çözme amaçlı
- Deneysel doğrulama
- Bir şeklin dönüşüm altındaki görüntüsü bulma
- Koniklerin ve cebirsel eğrilerin inşası
- Şekillerin geometrik yerlerle oluşturulması

Bu yazılımların sahip oldukları *İz Bırakma* ve *Geometrik Yer* gibi özellikler geometrik yer problemlerinin çalışılması için yeni olanaklar sunmaktadır (Cha ve Noss, 2001; Jahn, 2002). Geometrik yer problemlerinin çözümünde gerekli olan ve geleneksel ortamlarda gerçekleştirilmesi pek de mümkün olmayan anlık gösterimler bu yazılımlar sayesinde yapılabilmektedir (Güven ve Karataş, 2009).

Literatürde geometrik yer probleminin çözüm sürecinde DGY kullanımının potansiyelini ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır. Yapılan çalışmalar arasında ele alınan bir geometrik yer probleminin dinamik bir geometri yazılımı kullanılarak çözüm aşamalarının anlatıldığı araştırmalar çoğunluktadır (Antohe, 2009; Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Botana ve Valcarce, 2003; Botana, Aba' Nades ve Escibano, 2011; De Villiers, 2008). Gorghiu vd. (2009) geometrik yerin öğretimine metodolojik açıdan yaklaşarak geometrik yer problemlerinin çözümünde Cabri yazılımının eğitsel özelliklerine değinmiş ve kullanıcı ile Cabri yazılımı arasındaki sanal etkileşimi vurgulayan önerilerde bulunmuştur. Güven ve Karataş (2009) ve Pekdemir (2004) çalışmalarında DGY-Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrenci başarısına etkisinin belirlenmesini amaçlamışlardır. Her iki çalışmada da araştırmacılar Cabri'nin, öğrencilerin verilen ifadeye uygun şekil çizebilme becerileri üzerinde etkili olmadığını, öğrencilerin tahmin ve buna bağlı olarak matematiksel açıklama yapabilme becerilerini artırdığını ve genel anlamda ise öğrenci başarısını olumlu yönde etkilediğini belirlemişlerdir. Güven'in (2008), çalışmada belirlediği bir geometrik yer problemini kullanarak tümdengelimli çıkarımlarda fikir ve ilham kaynağı olarak DGY'nin bir ispatın yapılışını nasıl desteklediğini göstermiştir. Araştırmacı çalışmasının sonunda araştırmacı DGY'lerin deneysel keşif ve formal ispatlar arasında güçlü bir etkileşim meydana getirdiğini ifade etmiştir. Jahn (2002) araştırmasında Cabri yazılımının *İz* ve

*Geometrik Yer* araç çubuklarının fonksiyonel ilişkilerin ve özelliklerin korunmasındaki öneminin geometrik dönüşüm kavramına getirdiği faydaları araştırmıştır. Araştırmacı çalışmasında, geometrik dönüşümün gerçekleşmesi için nokta tabanlı yaklaşımın gerekli olduğu ve İz ve Geometrik Yer araç çubuklarının geometrik dönüşüm konusunda oldukça etkili olduğunu dile getirmiştir. Cha ve Noss (2001) ise, öğrencilerin geometrik yer kavramına bakış açılarını ve DGY ile yapılan uygulamanın ardından geometrik yer kavramı ile ilgili görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Durum çalışması olarak desenlenen araştırmada 15 yaşındaki öğrencilerden verilen problemi ilk önce pergel-cetvel ardından Cabri yazılımını kullanarak çözmeleri istenmiştir. Yapılan gözlemler sonucunda, öğrencilerin geometrik sezgilerinde ve bir geometrik yapıya bütüncül bakışlarında gelişme olduğu ve geometrik yapıları kurabildikleri belirlenmiştir.

Yapılan çalışmalarda genel olarak dinamik geometri yazılımlarının geometrik yer problemlerinin çözümünde sağlayacağı katkılardan bahsedilmiştir. Öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda ise başarı üzerine yoğunlaşıldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu problemleri çözerken yaşadığı sıkıntıları göz önünde bulundurarak kâğıt-kalem ve dinamik bir geometri yazılımı kullanarak yapılan çözüm süreçlerini derinlemesine inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu noktada bu çalışmada, öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerini kâğıt-kalem ve dinamik geometri yazılımı ile desteklenmiş bir öğrenme ortamında çözüm süreçlerini incelemek önemli görülmüştür. Verilen geometrik yer problemine ilişkin çözümlerden elde edilen bulguların geleneksel araçlarla (kâğıt-kalem) yapılan çözümlerde yaşanan sıkıntıları ve dinamik geometri yazılımının sunduğu fırsatları ortaya çıkarma noktasında literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## YÖNTEM

Bu çalışma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması niteliğindedir. Durum çalışmaları araştırmacının bir programı, olayı, etkinliği, süreci, bir ya da birden fazla bireyi derinlemesine incelediği araştırma yöntemidir (Creswell, 2009). Öğretmen adaylarının geometrik yer problem çözme süreçlerinin durum olarak ele alındığı bu çalışmada bu süreçler incelenip bütüncül şekilde betimlenmeye çalışıldığından bütüncül tek durum deseni kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

### *Katılımcılar*

Araştırmanın katılımcılarını 2010-2011 Eğitim-Öğretim yılının güz döneminde İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda sunulan "Alan Seçmeli Geometri Öğretimi" dersini alan 19 son sınıf öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın başında öğretmen adaylarına çalışmanın kapsamı anlatılmış ve gönüllü olarak katılmak isteyen öğretmen adaylarıyla çalışılmıştır. Çalışmada bir geometri konusu olan geometrik yer problemleri ele alındığından ve bir bilgisayar yazılımı kullanılacağından çalışma grubuna seçilecek öğretmen adaylarının geometri ve bilgisayar derslerini almış olmaları önemli görülmüştür. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda Geometri ve Bilgisayar dersi 1. sınıfta, Analitik Geometri dersi ise 3. sınıfta

okutulmaktadır. Bu nedenle çalışma 4. sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir.

Öğretmen adaylarının cinsiyete göre sayıları Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1:

*Katılımcıların Grup ve Cinsiyetlere Göre Sayıları*

Cinsiyet	Bayan	Erkek	Toplam
<i>n</i>	8	11	19

#### *Veri Toplama Araçları ve Uygulama Süreci*

Araştırmanın verileri araştırmacı günlüğü notları ve çalışma kâğıtları aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın başlangıcında öğretmen adaylarına, 4 hafta süre ile toplam 12 saat dinamik bir geometri yazılımı olan Cabri yazılımının teknik özellikleri tanıtılmış ve zenginleştirilmiş öğretim uygulamaları olarak çeşitli etkinlikler yaptırılmıştır. Bu süreçte araştırmacı öğretici konumunda olup, öğretmen adayları ilk önce araştırmacıyı izlemiş daha sonra aynı işlemleri kendileri yapmışlardır. Ardından geometrik yer konusundan bahsedilerek geometrik yer problemlerinin çözümü ile ilgili etkinliklere geçilmiştir. İlk olarak adaylara 4 geometrik yer probleminin yer aldığı çalışma kâğıtları dağıtılmış ve kâğıtta yer alan problemleri çözmeleri istenmiştir. Bu problemlerin hazırlanmasında matematik eğitimi, geometri ve eğitim bilimleri uzmanlarının görüşleri alınmıştır. Kâğıt-kalem kullanılarak yapılan çözümlerin ardından verilen problemler bir dinamik geometri yazılımı olan Cabri yazılımı kullanılarak çözülmüştür. Araştırma bu aşamada uygulayıcı konumunda olup öğretmen adaylarıyla birlikte etkinliği gerçekleştirmiştir. Çalışma esnasında öğretmen adayları doğal ortamlarında gözlenmiş ve verileri toplarken olabildiğince yansız davranılmaya çalışılmıştır. Araştırmacı doğrudan alıntılara, öğrenci yorumlarına yer verdiği “Araştırmacı Günlüğü Notları” vasıtasıyla araştırma sürecini kayıt altına almıştır. Böylece çalışmanın inandırıcılığı sağlanmaya çalışılmıştır. Bu çalışma kapsamında 4 etkinlik yapılmıştır. Bu etkinlikler; bir doğru parçasını sabit açı altında gören noktaların kümesi ve koniklerin (elips, hiperbol ve parabol) çizimi ile ilgilidir. Çalışmada yapılan 4 etkinlik içerisinde 1 tanesi ele alınmıştır.

#### *Verilerin Analizi*

Araştırmada elde edilen nitel veriler Miles ve Huberman (1994, s.10) tarafından önerilen veri azaltma (data reduction), veri sunumu (data display) ve sonuç çıkarma/yorumlama (conclusion drawing/verification) aşamaları takip edilerek çözümlenmiştir. İlk aşamada, katılımcıların kâğıt-kalem kullanarak yaptıkları çözüm sonucunda probleme verdikleri cevaplar incelenerek yay, çember, elips vb. kategoriler oluşturulmuş ve her bir kategorinin görülme sıklığı (frekans) belirlenmiştir. Kodlama aşamasından sonra ortaya çıkan kategoriler tabloda sunulmuş, her bir kategori için örnek çözümler verilmiştir. Bahsedilen kategoriler altında yer alan cevaplar katılımcıların hata yaptıkları noktalar, çizilen şeklin doğruluğu, yapılan matematiksel açıklamanın niteliği ve kâğıt-kalem gibi geleneksel ortamlarda kullanılan araçların problemin çözümünde yarattığı sıkıntılar dikkate alınarak yorumlanmıştır. Ayrıca,



araştırmacı günlüğünden elde edilen veriler uygulama sürecini yansıtmak amacıyla kullanılmış ve doğrudan alıntılarla öğretmen adaylarının ve araştırmacının görüşlerine yer verilmiştir. Araştırma sırasında farklı veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitlenmesi yoluna gidilmiştir. Farklı zamanlarda ve farklı türlerde toplanan bu veriler birbirlerini desteklemek amacıyla kullanılmıştır.

## BULGULAR

Bu çalışmada “ Bir düzlemde verilen bir doğru parçasını sabit bir  $\alpha$  açısıyla gören noktaların kümesi (geometrik yeri) nedir?” problemi ele alınmıştır. Bu başlık altında problemin kâğıt-kalem ve bir dinamik geometri yazılımı kullanılarak yapılan çözümünden elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

Bu problemde öğretmen adaylarının verilen sabit açının; bir dar açı ( $\alpha < 90^\circ$ ), bir dik açı ( $\alpha = 90^\circ$ ) ve bir geniş açı ( $\alpha > 90^\circ$ ) olması durumlarını göz önünde bulundurarak 3 farklı sonuç elde etmeleri gerekmektedir. Aranan geometrik yer;

1. Durum:  $\alpha$  bir dar açı olduğunda, verilen doğru parçasını ([AB]) kiriş kabul eden bir çemberde kirişin ayırdığı büyük yay parçası ile bu yay parçasının AB doğrusuna göre simetriği olan yay parçasının birleşim kümesi,
2. Durum:  $\alpha$  bir dik açı olduğunda, [AB] ‘nı çap kabul eden çember yayı,
3. Durum:  $\alpha$  bir geniş açı olduğunda, verilen doğru parçasını kiriş kabul eden bir çemberde kirişin ayırdığı küçük yay parçası ile bu yay parçasının AB doğrusuna göre simetriği olan yay parçasının birleşim kümesidir.

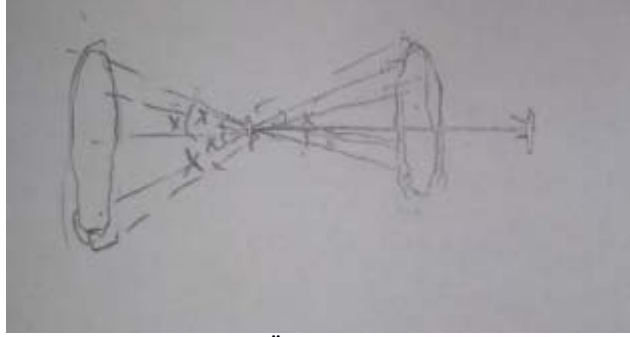
Çalışma kâğıtları incelendiğinde bahsedilen 3 durumu birlikte göz önünde bulunduran adayın olmadığı belirlenmiştir. Adayların bu soruya verdikleri cevaplar sınıflandırılarak elde edilen cevap kategorileri Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2:  
Adayların Probleme Verdikleri Cevaplar

Cevap Kategorileri	Frekans (f)
Yay	3
Çember	3
Yarım Çember	1
Elips	2
Çevre Açısı	2
Koni	1
Daire	1
Cevap Veremeyen	4
Boş	2

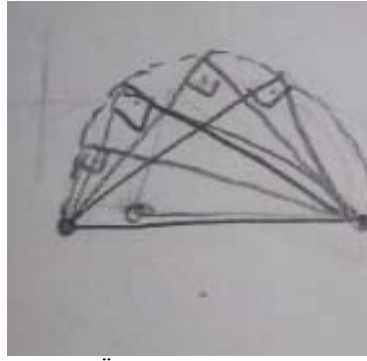
Tablo 2 incelendiğinde adaylardan ikisinin soruyu boş bıraktıkları görülmektedir. Cevap veremeyen kategorisinde yer alan öğretmen adayları soruyla uğraşmalarına rağmen herhangi bir sonuca gidememişlerdir. Bu öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde bir öğretmen adayının doğru parçasının bir köşesi başlangıç noktası

olacak şekilde açılar oluşturduğu görülmektedir. Bu öğretmen adayının soruyu yanlış anladığı söylenebilir. Öğretmen adayının (ÖA6) çözümü Şekil 1’de sunulmuştur.

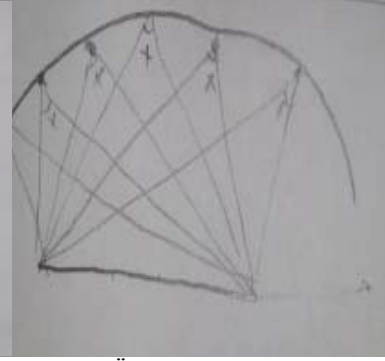


Şekil1: ÖA6'nın Çözümü

Bu grupta bulunan iki öğretmen adayının soruyu doğru olarak anladıkları ancak sınırlı nokta üzerinden hareket ettikleri için genelleme yapamadıkları görülmektedir. Diğer bir öğretmen adayı ise  $\alpha = 90^\circ$  olarak yarım bir çember elde etmiştir. Bu adayın özel bir durum üzerinden hareket ettiği söylenebilir. Öğretmen adaylarının çözümleri Şekil 2 ve Şekil 3’te sunulmuştur.

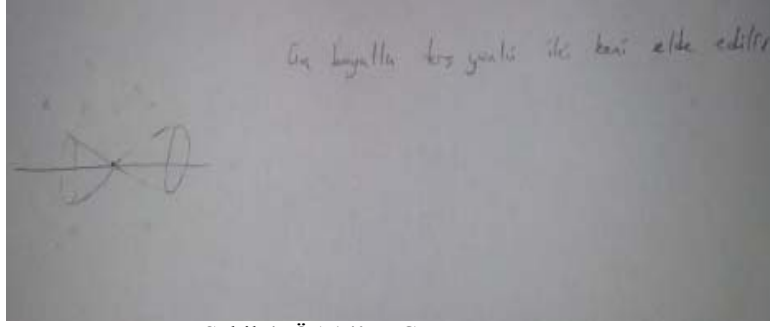


Şekil 2: ÖA5'in Çözümü



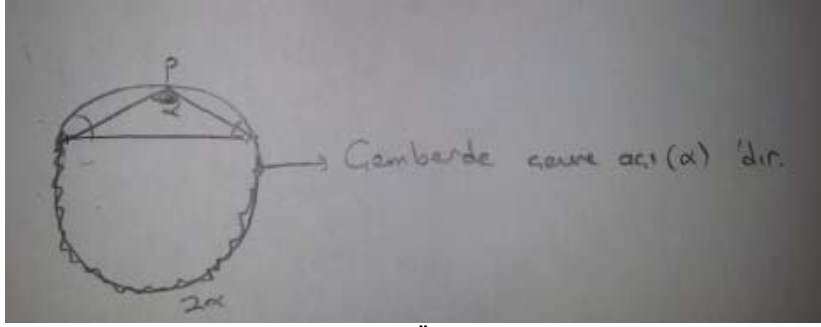
Şekil 3: ÖA3'ün Çözümü

Koni cevabını veren öğretmen adayının (ÖA14) ÖA6 gibi soruyu yanlış anladığı söylenebilir. Öğretmen adayının çözümü Şekil 4’te sunulmuştur.



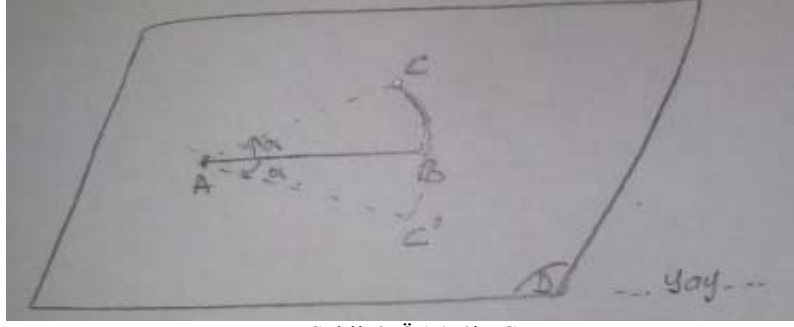
Şekil 4: ÖA14'ün Çözümü

Çevre açısı cevabını veren adayların geometrik yer ile ilgili yanlışları sahip oldukları söylenebilir. Öğretmen adayları geometrik yerin belirli şartları sağlayan nokta ya da noktalar kümesi olduğunu göz ardı ederek açısı olarak ele almışlardır. ÖA18'in çözümü Şekil 5'te sunulmuştur.



Şekil 5: ÖA18'in Çözümü

Yay cevabını veren öğretmen adaylarına gelindiğinde adaylardan birinin (ÖA15) soruyu yanlış anladığı görülmektedir. Bu öğretmen adayı bir [AB] oluşturmuş ve başlangıç noktası A olan bir yay oluşturarak bir yay elde etmiştir. Bu grupta yer alan diğer öğretmen adayları iki yay parçası çizmişlerdir. Bu öğretmen adayları da diğerleri gibi neden yay elde ettiklerine dair hiçbir açıklama yapmamışlardır. Adayların sonuca tahmin yoluyla gittikleri ve bilginin genelleştirilmesi noktasında zorluk çektikleri söylenebilir. Bu öğretmen adaylarından ikisinin çözümü Şekil 6 ve Şekil 7'de sunulmuştur.

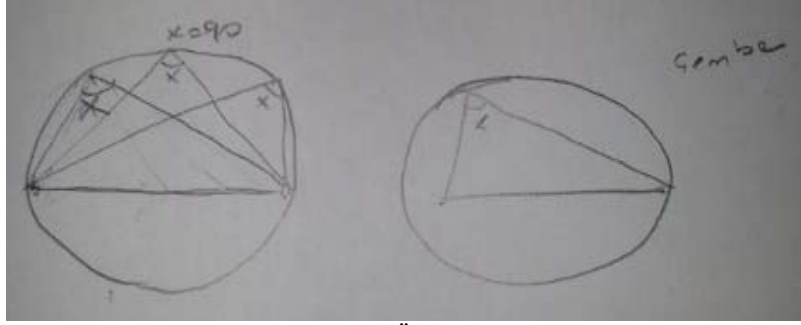


Şekil 6: ÖA15'in Çözümü

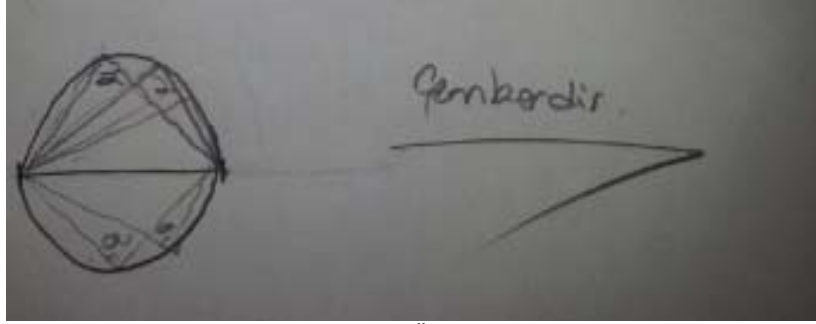


Şekil 7: ÖA17'nin Çözümü

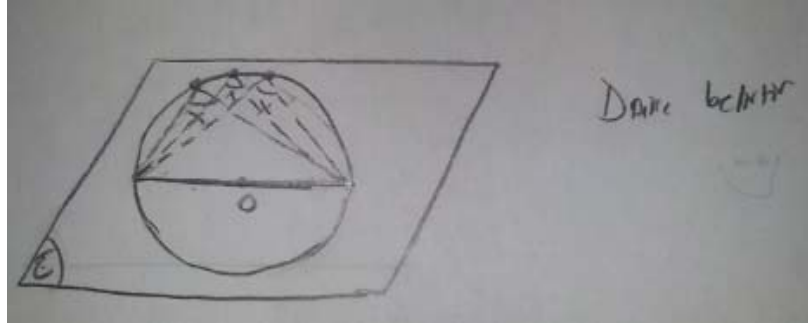
Çember cevabını veren öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde adayların doğru parçasının uç noktalarıyla bir açı oluşturan birkaç nokta belirleyerek, bu doğru parçasını çap kabul eden çemberler çizdikleri görülmüştür. Bu gruptaki öğretmen adaylarının problemin çözümünde yer alan 2.durumu ele aldıkları düşünülebilir. Ancak, adaylar yalnızca cevabı yazmış hiçbir matematiksel açıklama yapmamışlardır. Ayrıca adaylardan sadece bir tanesi  $\alpha = 90^\circ$  olduğunu göstermiştir. Bu nedenle adayların belirledikleri birkaç noktadan hareketle genelleme yaparak sonucu tahmin yoluyla buldukları söylenebilir. Daire cevabını veren öğretmen adayı ise, çember cevabını veren adaylarla benzer bir çözüm yapmış; ancak elde ettiği geometrik yeri daire olarak nitelendirmiştir. Öğretmen adaylarının çözümleri Şekil 8-9-10'da sunulmuştur.



Şekil 8: ÖA10'nun Çözümü

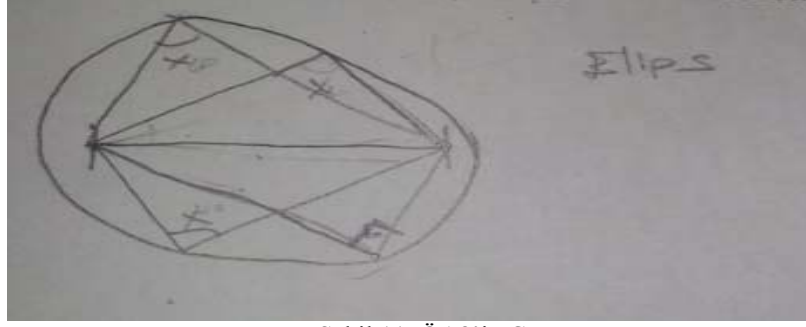


Şekil 9: ÖA7'nin Çözümü



Şekil 10: ÖA1'nin Çözümü

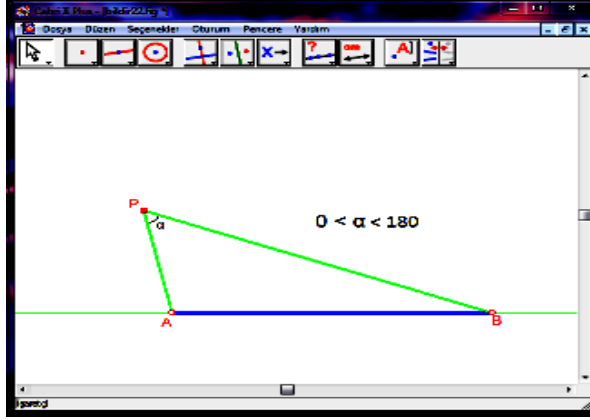
Elips cevabını veren öğretmen adaylarının çember cevabını verenlere benzer şekilde düşündükleri söylenebilir. Ancak bu öğretmen adayları oluşan şekli çembere değil elipse benzetmişlerdir. Bu durum geleneksel ortamlarda adayların düzgün şekiller çizemediklerinin ve yapılan çözümlerin göz yanılgılarına ve yanlış isimlendirmelere neden olduğunun göstergesi olabilir. Yarım çember çizen öğretmen adayının çözümü incelendiğinde adayın sabit açının doğru parçasının alt tarafında da oluşacağını düşünmediği görülmektedir. Adaylardan bazılarının çözümleri Şekil 11 ve Şekil 12'de sunulmuştur.



Şekil 11: ÖA8'in Çözümü



Şekil 12: ÖA11'in Çözümü



Şekil 13: ÖA9 nolu adaya ait ekran görüntüsü

Problemin kâğıt üzerinde çözümünün yapılmasının ardından Cabri II Plus yazılımı kullanılarak çözüme geçilmiştir.

Etkinliğin başında öğretmen adayları yazılımı açarak bir doğru ve bu doğru üzerinde bir [AB] oluşturmuşlardır.

Adaylar,  $m(APB)=\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ) olacak şekildeki P noktalarının oluşturduğu kümeleri belirlemeye çalışırken  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$  koşulunu sağlayan P noktasının AB doğrusu üzerinde seçilemeyeceğini fark etmişlerdir. Dolayısıyla A ve B noktalarının, aradıkları geometrik yere ait noktalar olamayacağı sonucuna ulaşmışlardır. Bu noktada araştırmacı öğretmen adaylarına herhangi bir açı oluşması için P noktalarının geometrik

yerinin ne olması gerektiği sorusunu yöneltmiştir. Kısa bir sessizliğin ardından öğretmen adayları çeşitli fikirler öne sürmüşlerdir. Adaylardan biri P noktasının uçları A ve B noktaları olan bir çember yayı üzerinde olabileceğini söylemiştir. Ancak, adaylardan birkaçı bu görüşe itiraz ederek P noktasının doğru parçasının her iki tarafında da olabileceğini belirtmişlerdir. Adaylardan bazıları ise, P noktasının [AB]'ni çap kabul eden çember üzerinde olduğunu iddia etmişlerdir. İddialarını yazılımda doğrulamaya çalışan adaylar [AB] çaplı çember üzerinde bir P noktası olarak bu noktanın doğru parçasıyla yaptığı açığı ölçmüşlerdir. P açısının  $90^\circ$  olduğunu gören öğretmen adayları hata yaptıklarının farkına varmışlardır. Problemden kendilerinden sabit bir açı istenmiş ve bu açının  $90^\circ$  olduğu verilmemiştir. Öğretmen adayları çeşitli denemeler yapmaya başlamışlardır. Bu esnada bir aday P noktasının [AB] doğru parçasını giriş kabul eden bir çember üzerinde olması gerektiğini ifade etmiştir. Aday görüşünü şu cümleleriyle açıklamıştır.

*Açı oluşması için P noktası doğru parçasının altında da olabilir üstünde de. A ve B noktaları sabit olup burada değişken olan P noktasıdır. P noktasını hareket ettirdiğimizde bu doğru parçasının giriş olduğu bir çember elde edilir (ÖA5, Araştırmacı günlüğü notları, 22.12.2010).*

[AB]'nin giriş olduğu çemberi çizme noktasında öğretmen adayları oldukça zorlanmışlardır. Adaylardan biri A ve B noktasından eşit uzaklıkta bir nokta bulup bu noktayı merkez kabul edebileceklerini söylemiştir. Yapılan açıklamanın ardından adayların tümü A ve B noktasına eşit uzaklıkta bir nokta bulmak için uğraşmış ancak hiçbiri bunu başaramamıştır. Bir süre bekleyen araştırmacı adaylardan girişin özelliklerini ve merkezle giriş arasındaki ilişkiyi düşünmelerini istemiştir. Çok zaman geçmeden adaylardan birçoğu “Merkezden geçen doğru girişe diktir ve girişi ortalar” cevabını vermiştir. Adaylar [AB]'nin orta dikmesini almış ve merkez noktasının bu doğru üzerinde seçmiştir. Çember araç çubuğunu kullanarak çemberi oluşturan adaylar, merkez noktasını hareket ettirerek çemberin çeşitli durumlarını gözlemlemişlerdir.

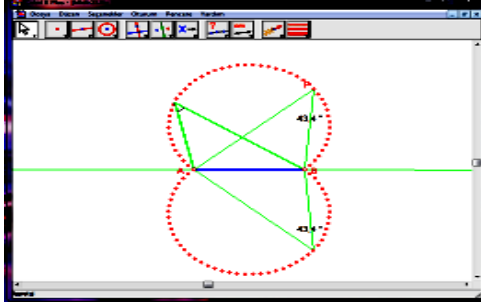
Bir sonraki aşamada  $\alpha$  açısının sabit olduğunu göstermek isteyen adaylar çember

üzerinde bir P noktası olarak  $\widehat{APB}$  açısını ölçmüşlerdir. Ancak, P noktasına animasyon verdiklerinde yeni bir sorunla karşılaşmışlardır. P noktası girişin üst tarafında iken açı  $\alpha$  olup alt tarafa geçtiğinde bu açı  $180^\circ - \alpha$  'ya eşit olmaktadır. Bu durumu araştırmacı gözlem notlarına şu şekilde kaydetmiştir.

*Çember üzerinde bir P noktası aldık ve [AB] ile yaptığı açığı ölçtük. P noktasını çember üzerinde hareket ettirdik. Öğrencilerle yaptığımız gözlemlerde şunu gördük. Giriş çemberi iki yay parçasına ayırmıştı ve ilk yaydan ikincisine geçince açı sabit kalmıyordu,  $\alpha$  açısının bütünleri oluyordu. “Bir çemberde aynı yayı gören çevre açıları eşittir.” teoremi gereğince çevre açının gördüğü yay parçası değişiyordu (Araştırmacı günlüğü notları, 22.12.2010).*

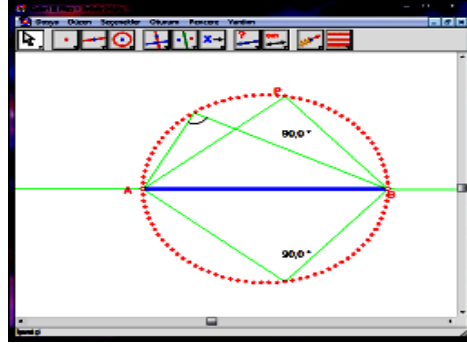
Bunun üzerine, adaylar P noktasının AB doğrusuna göre simetriği olan noktanın da [AB]'ni  $\alpha$  açısıyla göreceği düşüncesinden hareketle P noktasının AB doğrusuna göre simetriğini almışlardır. Bu noktayı P' olarak isimlendirmişlerdir. P noktası yay üzerinde hareket ederken P ve P' noktaların geometrik yerini bulmak için P ve P' noktalarına iz ve P noktasına animasyon vermişlerdir. Adaylar M noktasını

hareket ettirerek  $\alpha$  açısının dar, dik ve geniş açı olduğu durumları incelemiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.



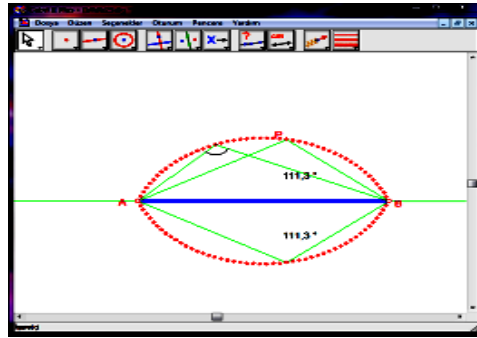
Şekil 14:  $\alpha$  açısının dar açı olduğu duruma ilişkin ÖA17 nolu adaya ait ekran görüntüsü

- 1-  $\alpha$  açısı dar açı olduğunda aranan geometrik yer APB yayı ve bu yayın AB doğrusuna göre simetriği olan yayın birleşim kümesidir.



Şekil 15:  $\alpha$  açısının dik açı olduğu duruma ilişkin ÖA11 nolu adaya ait ekran görüntüsü

- 2-  $\alpha$  dik açı olduğunda aranan geometrik yer [AB] çaplı çemberdir. Öğretmen adayları bu sonucu geometri dersinden bildikleri 'Bir çemberde çapı gören çevre açısı dik açıdır' önermesi ile ilişkilendirmişlerdir.



Şekil 16:  $\alpha$  açısının geniş açı olduğu duruma ilişkin ÖA1 nolu adaya ait ekran görüntüsü

- 3-  $\alpha$  açısı geniş açı olduğunda aradığımız geometrik yer AB yayı (yani küçük olan yay) ve bu yayın AB doğrusuna göre simetriği olan yayların birleşim kümesidir.



Adaylar duygularını “*Vay be!*”, “*Çok güzel!*”, “*Hayatta tahmin edemezdim.*” şeklinde hem hoşlandıkları hem de hayranlık duydukları ifadelerle dile getirmişlerdir.

## TARTIŞMA ve SONUÇ

Durum çalışması olarak desenlenip yürütülen bu çalışmada öğretmen adaylarının kâğıt-kalem ve dinamik geometri yazılımı olan Cabri programını kullanarak bir geometrik yer problemini çözüm süreçleri incelenmiştir. Elde edilen bulgular katılımcıların problemleri kâğıt üzerinde çözerken çeşitli sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir. Bu sıkıntılar; soruyu anlamama ya da yanlış anlama; birkaç nokta üzerinden yanlış genellemelerde bulunma; düzgün şekiller çizememe ve çizdikleri şekillerden sonucu yanlış olarak tahmin etme; yeterli matematiksel açıklamayı yapamama şeklindedir. Bu bulgular literatürde bulunan çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir (Açıkgül ve Aslaner, 2012b; Güven ve Karataş, 2009). Ayrıca katılımcılardan bazılarının geometrik yer kavramıyla ilgili yanlışlığa sahip olduklarına ilişkin elde edilen bulgular, Açıkgül (2012a) ve Güllük (2008) çalışmalarından elde edilen sonuçları desteklemektedir.

DGY’ler kâğıt-kalem gibi geleneksel araç gereçlerin tamamen yerini almayıp, aksine onları tamamlayıp zenginleştirmektedir (Kokol-Voljc, 2007). Öğretmen adayları dinamik geometri yazılımı üzerinde çalışırken kâğıt-kalem kullanarak yaptıkları çözüm sürecinden farklı olarak çeşitli çözüm yollarını deneme, hipotez kurma, kurdukları hipotezlerin doğruluğunu test etme, genelleme yapma fırsatı bulmuşlardır. Literatürde bu bulgularla örtüşen çeşitli çalışmalar bulunmaktadır (Baki, Güven ve Karataş, 2002; Camargo, Samper ve Perry, 2007; Ceylan, 2012; Christou, Mousoulides, Pittalis ve Pitta-Pantazi, 2004; Filiz, 2009; Karataş, 2011; Rodríguez ve Gutiérrez, 2006).

Adaylar yazılım kullanarak gerçekleştirdikleri çözüm esnasında da çeşitli hatalar yapmışlardır. Ancak, yazılımın sürüklenme ve dönüt özellikleri sayesinde öğretmen adayları bazı özellikler değişirken değişmeyen özelliklerin farkına vararak matematiksel ilişkileri keşfetmişlerdir. İşlem adımlarını kontrol etme fırsatı bulan öğretmen adayları, yanlış yaptıkları adımları düzeltme imkânı bulmuşlardır. Zorlandıkları noktalarda birbirleriyle fikir alışverişinde bulunan adaylar, çözüm bulamadıkları aşamalarda araştırmacıdan yardım almışlardır. Benzer şekilde Ceylan (2012) yaptığı çalışmada DGY kullanan öğretmen adayları şekillerin dinamikliğini sağlayan sürüklenme aracı ile farklı durumları gözlemleyebilmiş ve yeni matematiksel özellikleri keşfetmişlerdir.

Etkinlik esnasında öğretmen adayları geometri bilgilerini kullanma konusunda bir takım sıkıntılar yaşamıştır. Ancak çıkan sonuçları sahip oldukları bilgilerle kolayca ilişkilendirmişlerdir. Örneğin  $\alpha = 90^\circ$  olması durumunda çember elde edildiğini gören öğretmen adayları bunu “Bir çemberde çapı gören çevre açısı  $90^\circ$ ’dir.” önermesi ile ilişkilendirebilmişlerdir.

Sonuç olarak, kâğıt-kalem gibi geleneksel araç gereçler kullanılarak yapılan çözüm sürecinde çeşitli sıkıntılarla karşılaşarak yanlış cevaplar veren adayların kullanılan yazılım sayesinde çeşitli çözüm yollarını deneme, hipotez kurma, hipotezlerinin doğruluğunu test etme, genelleme yapma farklı düşünme becerilerini kullanarak doğru sonuca ulaştıkları görülmektedir.

Geometrik yer problemlerinin geleneksel ortamlarda çözümünde yaşanan sıkıntılar ve DGY'lerin bu konuda olumlu katkıları dikkate alındığında geometrik yer konusunun öğretiminde bu yazılımları kullanmanın yararı açıktır. Dolayısıyla gerek öğretmenlerin gerekse öğretim üyelerinin bu konunun öğretiminde bu tür yazılımları kullanmaları önerilmektedir. Bu çalışma da bir geometrik yer problemi ele alınmıştır. Farklı geometrik yer problemleri ele alınarak bu yazılımların çözüm sürecine etkileri incelenebilir. Ayrıca bu problemde tek bir dinamik geometri yazılımı kullanılmıştır. Geometrik yer problemlerinin çözümünde yazılımların üstün ve eksik yönlerini karşılaştırmak amacıyla farklı yazılımların kullanıldığı çalışmalar tasarlanabilir.

#### KAYNAKLAR / REFERENCES

- Açıkgül. K. ve Aslaner, R. (2012a). Matematik öğretmen adaylarının geometrik yer kavramına ilişkin algıları ve sahip oldukları kavram yanlışları. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Özet Kitapçığı*, 27-30 Haziran, Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Açıkgül. K. ve Aslaner, R. (2012b). Matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerini çözüm sürecinde karşılaştıkları güçlükler ve bilgisayar destekli çözüm önerileri. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Özet Kitapçığı*, 27-30 Haziran, Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Antohe G.S. (2009). Modeling a geometric locus with Geogebra. *Computer Science Series*,7(2),105-112.
- Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ (2002). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfedereköğrenme. *V. Ulusal Fen bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül,ODTU, Ankara.
- Baki, A., Çekmez E. ve Kösa, T. (2009). Solving geometrical locus problems in Geogebra.*Geogebra Conference*, 14-15 July, RISC in Hagenberg.
- Botana, F. and Valcarce, J. L. (2003). A software tool for the investigation of plane loci.*Mathematics and Computers in Simulation*, 61, 139-152.
- Botana, F., Aba' Nades, M. A. and Escribano J. (2011). Exact Internet AccessibleComputation of Paths of Points in Planar Linkages and Diagrams. *ComputerApplications in Engineering Education*, 19(4), 835-841
- Camargo, L. Samper, C. ve Perry, P. (2007). Cabri's role in the task of proving within the activity of building part of an axiomatic system. *CERME 5, Working Group:Argumantation andProf*, 571- 580.
- Ceylan, T. (2012). *Geogebra Yazılımı Ortamında İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi,Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Cha, S., & Noss, R. (2001). Investigating students' understanding of locus with dynamic geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, Southampton meeting, November*, 21(3), s 84-89, <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip213/BSRLM-IP-21-3Full.pdf> adresinden 10.11.2011 tarihinde alınmıştır.
- Christou, C., Mousoulides N., Pittalis M. Ve Pitta-Pantazi D. (2004). Proofs through exploration in dynamic geometry environments. *Proceedings of the 28thConference of International Group for the Psychology of Mathematic Education*, 2,215-222.

- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd Ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- De Villiers, M. (2008). Solving a locus problem via generalization. *A publication of the Georgia Council of Teachers of Mathematics*, 20-21.
- Durmuş, S., Toluk, Z., ve Olkun, S. (2002) Matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin geometri alan bilgi düzeylerinin tespiti, düzeylerin geliştirilmesi için yapılan araştırma ve sonuçları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Ankara.
- Filiz, M. (2009). *GeoGebra ve Cabri Geometri II dinamik geometri yazılımlarının web destekli ortamlarda kullanılmasının öğrenci başarısına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Gao, X.S. (1998). Automated geometry diagram construction and engineering geometry. *MM Research ,Preprints*, 17, 21-45.
- Gorghiu, G. Puana, N. and Gorghiu L. M. (2009). *Solving geometrical locus problems using dynamic interactive geometry applications*. <http://www.formatex.org/micte2009/book/814818.pdf> adresinden 20.10.2011 tarihinde indirilmiştir.
- Gülklık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme*. Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B. (2008). Using Dynamic Geometry Software to gain insight into a proof. *International Journal Computer Mathematics Learning*, 13, 251-262.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2009). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerdeki başarılarına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 42(1), 1-31.
- Hiebert C., Morris E. K. and Glass B., (2003). Learning to learn to teach: an "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201-222.
- Jahn, A. P. (2002). "Locus" and "Trace" in Cabri-Geometre: Relationship between geometric and functional aspects in a study of transformations. *ZDM*, 34(3), 78-84.
- Jones, K., Mooney, C. and Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 22(2), 95-100.
- Kaplan, A. ve Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 472-478.
- Karataş, İ. (2011). Experiences of student mathematics-teachers in computer based mathematics learning environment. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/karatas.pdf> adresinden 01.10.2011 tarihinde alınmıştır.
- Kokol-Voljc, V. (2007). Use of mathematical software in pre-service teacher training: the case of DGS. In D. Kuchemann (Eds.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 55-60.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.

- Pekdemir, Ü.(2004). *Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrenci başarısı üzerindeki etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Real, F.L. & Leung, A. (2006). Dragging as a conceptual tool in dynamic geometry environments, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665-679.
- Rodríguez F. and Gutiérrez A. (2006). Analysis of proofs produced by university mathematics students, and the influence of using Cabri software. *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 433-440. Charles University, Prague.
- Schumann, H. and Green D. (1997) Producing and Using Loci with Dynamic Geometry Software. In James King and Doris Schattschneider (Eds.) *Geometry Turned On: Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research*. The Mathematical Association of America, Washington, DC (USA), p. 79 - 87.
- Tutak, A. F. (2011). Öğretmen adaylarının geometrik kavram yanılgıları: simetri ve eşlik. *1. Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar Sempozyumu*, 6-9 Temmuz, Denizli, Türkiye.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H.(2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı).Ankara: Seçkin Yayınları.

**İletişim/Correspondence**

Kübra AÇIKGÜL  
İnönü Üniversitesi  
MALATYA-TÜRKİYE  
Tel: +90 422 377 4197  
kubra.acikgul@inonu.edu.tr

Recep ASLANER  
İnönü Üniversitesi  
MALATYA-TÜRKİYE  
Tel: +90 422 377 4197  
recep.aslaner@inonu.edu.tr