129

İŞLETMELERDE
İSTATİSTİKİ KARAR ALMA TEKNİKLERİ

Cahit Aydemir

İnönü Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav
Yönergesi'nin

İşletme Anabilim Dalı İçin öngördüğü
BİLİM UZMANLIĞI TEZİ
olarak hazırlanmıştır

MALATYA
Eylül, 1988

TEŞEKKUR

Bu çalışmamız süresince kendilerinden büyük destek gördüğüm değerli hocam sayın Prof. Dr. Naim Akmana, bilhassa literatür tarama hususunda ve birçok konularda yardımlarını esirgemeyen sayın Doç. Dr. Muammer Erdoğana, ayrıca konu ile ilgili olarak yaptığımız tartışmalarla ve tashih ile ilgili olarak kendisinden faydalandığım sayın Yard. Doç. Dr. Mustafa Uçara ve emeği geçen tüm arkadaşlara teşekkürlerimi sunarım.

Cahit Aydemir

İ Ç İ N D E K İ L E R

GİRİŞ

Karar verme, problemlerin çözümünde birden fazla alternatifin bulunduğu durumda bu alternatiflerden birinin seçimidir. İşletmelerde karar verme ise, işletme yöneticilerinin işletme sorunlarının çözümünde belirli alternatifleri seçmeleridir.

Karar verme teknikleri, işletme yöneticilerinin birçok sorunlarının çözümünde kullandıkları tekniklerdir. Bu teknikleri kalitatif ve kantitatif olmak üzere iki kısımda inceleyebiliriz. Kalitatif teknikler ölçmeye dayanmayan, duygu, görüş, sezgi gibi yollarla problemleri çözme şeklidir. Bu tür problemlerin çözümü genelde tecrübe ve ileri görüşlülükle yapılabilir. Çalışmamıza konu olan kantitatif teknikler ise bir takım formüller, ölçüler ve modeller ile sonuca ulaşan tekniklerdir.

İstatistiki karar verme teknikleri işletme yönetiminde önemli bir yer tutmaktadır. İşletmecilik sorunlarının çözümlenmesi, yönetim ve diğer işletme fonksiyonlarına özgü durumların analizi, kararların alınması, işletmecilere ait tüketici ve piyasaya yönelik bilgi toplama, kalite kontrollerini gerçekleştirme, işletmenini durumunu analiz etme; bunun yanısıra işletme içinde muhasebe, finansman gibi konularda alınan kararlarda bu teknikler oldukça faydalıdır.

Fakat bu tekniklerin uygulanışı zaman aldığından işletme için önemli bir kayıp oluşturabilmektedir. Çünkü alınacak kararlarda zamanlamanın iyi yapılması son derece önemlidir. Ancak bugün bu sorun da ortadan kalkmış durumdadır. Çünkü; elektronik hesap makinaları ve daha sonra bilgisayarların işletme yönetimine girmesiyle bu konuda büyük bir aşama kaydedilmiştir. Zaman kaybının önlenmesinin yanında alınacak kararların hatalardan arındırılmış olması da işletmelere büyük kazançlar sağlamaktadır.

Çalışmamız, çeşitli üniversite kütüphanelerinin taranması, dökümantasyon makamlarından bilgi alınması ve bazı işletme yöneticileri ile karşılıklı fikir alış verişi ve tartışmalar yolu ile yapılmıştır. Bilhassa literatür tarama hususunda konusunda gösterilmiş ve büyük üniversitelerimizin kütüphanelerinden faydalanılmıştır. Ayrıca öğretim elemanları arkadaşlarımızla karşılıklı yaptığımız konu ile ilgili tartışmalar çalışmamıza ışık tutmuştur.

Çalışma yürütülürken konunun dağılmaması gözönünde bulundurularak fazla teferruata girilmemiştir. Az; fakat öz olması ölçü alınmıştır. Aslında konumuz oldukça yaygın olan bir konudur. Çünkü; karar alma veya karar verme her insanın günlük yaşantısında sürekli yaptığı şeylerdir.

Kişinin o gün hangi elbiseyi giyeceği, işine giderken hangi vasıtaya bineceği, o gün hangi işleri yapacağı gibi konular mutlaka bir kararı gerektirir.

Biz insan hayatında verilmesi gereken kararlardan işletme ile ilgili olanları, işletme ile ilgili olanlardan da kantitatif teknikleri ele almaya çalıştık. Ancak bu tekniklerin çok çeşitli olması nedeniyle karar teknikleri içerisinde önemli yer tutan Doğrusal Programlama, Pert Teoremi, Regrasyon ve Korelasyon Analizleri gibi konuları çalışmamızın dışında tuttuk.

Birinci bölümde çalışmamızın esasını teşkil eden karar teorisi izah edilip, karar problemi elemanları ve karar verme safhaları hakkında detaylı bilgi verilip karar probleminin matrislerle ve karar ağaçlarıyla gösterilmesi üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde ise model kavramı, model kurma teknikleri, modellerin tasnifi sırasıyla ele alınıp, modellerin çözümüne ilişkin yöntemlerin üzerinde durulup, belirlilik, belirsizlik ve risk halindeki karar tipleri incelenmiştir. Ayrıca karar kuralları ele alınıp oyun teorisi hakkında bilgi verilmiştir.

Karar teorisinde hipotez testleri, çalışmanın üçüncü bölümünde ele alınarak incelenmiştir. Bu bölümde alfa ve beta tipi hatalar, hipotez testinin safhaları ayrıntılı bir şekilde üzerinde durularak, ortalamalar, oranlar ve küçük örneklerle ilgili hipotez testleri detaylı olarak açıklanmıştır.

Çalışmamızın sonunda ele aldığımız konular sistematik bir şekilde analiz edilmiş, elde edilen sonuçlar açıklanarak değerlendirilmesi yapılmış ve aynı konu üzerinde çalışma yapacaklara problemlerin çözümü hakkında tavsiyelerde bulunulmuştur.

BÖLÜM-I

KARAR TEORİSİ

1.1 Karar Teorisine Giriş

Karar verme basit olarak bir bireyin veya bir yöneticinin veya bir örgütün belli bir amaca ulaşmak için mevcut seçeneklerden en uygununu seçmesidir şeklinde tanımlanır. Karar veren kararını verirken mutlaka birtakım kıstaslardan yararlanacaktır. Dolayısıyla kararını etkileyen bazı faktörler olacaktır. Karar vermede şu üç husus karşımıza çıkmaktadır:

1. Bir karar verilirken seçme olayının gerçekleştirilmesi gerekir. Çünkü, seçme veya seçenekler olmadan bir karardan söz edilemez.

2. Karar şuurlu olarak, aklî süreçleri kapsar. Duygusal, akıl dışı ve şuuraltı bazı faktörler her nekadar verilecek kararları etkilerse de burada önemli olan kararın mantıkî yönüdür.

3. Amaçtır. Çünkü bir karar verilirken mutlaka bir amaca yöneliktir, amaçsız karar düşünülemez(1). Karar

---

(1) Halil CAN/Doğan TUNER/Yaşar AYHAN; İşletme ve Yönetim, Aslımlar Matbaası, Ankara, 1984, s. 292.

verilirken de işte bu amaca ulaşmak için mevcut seçenekler veya stratejiler arasından ihtimali en yüksek olan seçenek seçilir.

Yukarıda verilen bilgiler ışığı altında mevcut seçeneklerden biri seçilirken o seçeneğe ait geçmişteki ve şimdiki durumun ne olduğunu bilmek ve dolayısıyle geleceğe ait tahminlerde bulunmak gerekir. Bu seçenekler veya alternatifler bir tane ise, yani yalnız tek bir davranış tarzı varsa bu durumda karardan söz edilemez(2).

Bir işletme yöneticisinin en önemli işi karar vermedir. Çoğu kez yöneticiler karar verme işini otomatik olarak yaparlar. Burada yöneticinin bilgi, tecrübe ve sağduyusu önemli rol oynamaktadır. Ancak matematik ve istatistiki kriterlerden yararlanılarak verilecek bir karar, genellikle otomatik olandan daha akılcıdır. Çünkü bütün veriler sağlanmış ve bütün alternatifler gözönüne alınmıştır.

İyi bir işletme yöneticisinin, işletme bilgisi yanında Faaliyet Araştırması, Model Kurma Tekniği, Matris Cebiri, Doğrusal Programlama, Pert Teorisi ve Ulaştırma Problemlerini iyi bilmesi gerekir ki sonucundan emin

---

(2) Orhan IDIL:Ornekleme Teorısı ve Isletme Yonetımınde Kullanılması, Fatıh Yayınevı Matbaası, Istanbul, 1980, s.3

olabileceği kararlar verebilsin (3).

Yönetici karar verirken kararın programlı olup olmadığını düşünmeli, Verilecek kararlarda, karar verme tekniğini bilmeli ve uygulamalıdır. Bu teknikler, modern (eylem arastırması, elektronik süreçleri) ve geleneksel (alışkanlıklar, bilgi işleme metodları, yargı ve sevgi oluşturma, yöneticilerin seçim ve egitimi) olmak üzere ikiye ayrılır.

Bunun yanısıra karar verecek yönetici veya kişi, karar vermeden önce ilgili problemi tanımlaması, problem için birden fazla çözüm tekniği ve çesitli çözüm yollarının sonuçlarını tesbit etmesi , sonuçları karsılaştırması ve çözüm yollarından birinin seçimini yapması gerekir.

Karar verme fonksiyonu işletmenin her türlü faaliyetinde söz konusudur. Bu kararlar iyi sonuçlar verebileceği gibi kötü sonuçlar da verebilir. Ancak, en kötü karar kararsızlıkdan daha iyi olduğundan her halükârda kararlı hareket etmek gerekir.

Bunu şuna benzetebiliriz. Bir nişan tahtasında merkezde 12 olmak üzere 12 daire vardır. Nişancı 12'den vurduğunda tam isabet kaydeder. 12'den uzaklaştıkca atışın

---

(3) Halis ERTÜRK; "İşletmelerde Karar ve İstatistiki Karar Teorileri ", **Bursa ITIA Dergisi**, Temmuz, 1973, C.2, sayı 1, s.385.

etkinliği azalır. Bunun gibi etkin karar, yaptığı etkinin sonucu olarak yeni bir durum, arzulanan bir sonuç meydana getiren karardır. Verilen kararın etkili, iyi olabilmesi için birtakım vasıflara sahip olması gerekir. Bunları kısaca özetlersek; kararın istenilen şeyi sağlaması, verimli olması yani karar sonucunda elde edilen gelirin katlanılan maliyetden fazla olması, kararın vakit kaybetmeden hızlı bir şekilde alınması, yani zaman kaybına fırsat verilmemesi gerekir. Bu son niteliğe şöyle bir örnek verelim:

1920 lerde, Ford otomobil fabrikaları T modelini imal ediyor. General Motors ise Chevrolet'i geliştirmeye çalışıyor. Chevrolet'in rekabet gücünü arttırdığını gözleyenler, Henri Ford'a T modelinde değişiklik yapmasını salık vermişler; ancak H. Ford, tavsiyelere kulak vermemiş, aradan biraz zaman geçtikden sonra Chevrolet'in satışları öne geçince, H.Ford T modelinde degişiklik yapmaya razı olmuş; fakat kararındaki gecikme Chevrolet'in piyasada tutunma ve yerleşmesi için gerekli olan zamanı sağlamıştır(4). T modelindeki degişiklik kararı her ne kadar doğru bir kararsa da zamanın da alınmadığından dolayı isabetli olmamıştır.

Bir işletme yöneticisinin en önemli işi karar

---

(4) Kemal TOSUN, **İşletme Yönetimi**, Mars Basım Yayım ve Dağıtım Ltd.Şti., Istanbul, 1984, s.177.

olduğuna göre aynı konu üzerinden çeşitli alternatifler arasından en uygun ve faydalı olanının secilmesi o yöneticinin kararıdır. Dolayısıyle yönetici, esas itibariyle, karar veren kişidir diyebiliriz.

Karar verme işletmelerin her kademesinde söz konusudur. Alt kademeden alınan bilgi ve veriler hiyerarşik bir düzen içerisinde üst kademelere doğru bir rapor halinde sunulur. Buna dayanılarak üst kademede verilen kararlar da bir emir şeklinde alt kademelere ulaştırılır.

Karar verme fonksıyonu, cesıtlı konularda seçim yapmakla ilgili maddi ve psikolojik faaliyetleri kapsar(5). Buna göre karar verme süreci şu unsurlardan oluşur:

-Belirlenen amaç,

-Bu amaca ulaştıracak araçlar,

-Amac ve amaca ulaştıracak araçların uygunluğunu kontrol eden kıstaslar,

-Olumlu veya olumsuz sonucların karşılaştırılması,

-Zamanlamanın iyi yapılması, yani; Iş işten gectikden sonra denilen durumun soz konusu olmaması.

Bu arada şunu da hemen belirtelim ki, yönetici

---

(5) Halis ERTÜRK; a.g.m., s.388.

kendısını rutin işlerinden nekadar arındırırsa o kadar cok isabetli karar verme imkânına sahip olur. Diğer taraftan işletmenın bünyesi, konusu, faaliyet yeri, ilgilendiği piyasa durumu verilecek kararda önemli etkenler olarak karşımıza çıkmaktadırlar.

1.2 Karar Problemi Elemanları

Bütün kararlarda en fazla altı eleman bulunur. Bunlar; karar veren, karar kriteri, amaç, stratejiler, olaylar ve sonuçdur. **Karar veren,** mevcut stratejilerden bir tercih yapan kişi veya gruptur. **Karar kriteri,** karar veren kişinin seçimini oluşturmada kullandığı değer sistemidir. **Amaç;** gelir, kâr, faydanın maksimizasyonunu kapsar. **Stratejiler;** karar verenin seçebileceği farklı alternatifler olup karar verenin kontrolu altındadır. Kaynaklara bağlıdır ve kontrol edilebilir değişkenlerdir. **Olaylar,** karar verenin kontrolu altında olmayan faktörlerdir. Karar verenin strateji tercihini etkileyen çevreyi, olaylar yansıtır. **Sonuç** ise, herbir strateji ve olaydan çıkan değeri yansıtır. Sonuçlar numerik değerlerle belirlenirse **ödemeler** adını alır. Ödemeler matrisinin herbır elemanına **sonuç** denir(6).

----
(6) Osman HALAÇ; **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, Arpaz Matbaacılık Tesisleri, Istanbul, 1983, s. 26.

Strateji, olay ve sonuç değerlerini kapsayan tabloya **karar matrisi** denir. Karar problemlerinde strateji ve olay sayısının sınırlı olması gerekir(7). Karar matrisi basitce aşağıdaki gibi gösterilir:

TABLO 1:KARAR MATRISI

ihtimal(olay) strateji\	P1 N1	P2 N2	Pm Nm	.5 N1	.25 N2	.25 N3
S1	O11	O12	O1m	50	-8	0
S2	O21	O22	O2m	-10	64	12
..	...	...	...	..	..	..
Sn	On1	On2	Onm	-20	12	80

KAYNAK: Osman Halaç, K. Karar Verme Teknikleri, s.25

1.3 Karar Verme Safhaları

Karar verme günlük yaşantımızın her safhasında mevcuttur. Meselâ; bir kimsenin Avrupaya yapacağı bir seyahat için hangi ülkelere uğrayacağı veya bu seyahatin hangi vasıtalarla gerçekleştirileceği konusu yüzlerce kararı gerektirir(8). Bunun gibi örnekleri çoğaltmamız mümkündür. Verilen bu kararlar sadece insanın kendisini değil toplumuda ilgilendirebilir. İşletmeler toplumun ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik faaliyetler gösterdiklerinden işletme kararlarını alan yöneticilerin tecrübeli ve sağ duyuya sahip olmaları gerekir.

---

(7) HALAÇ O., a.g.e., s.26.
(8) Naim AKMAN, "Yüksek Lisans Ders Notlari", Malatya, 1986.

Bütün kantitatif teknikler verilecek kararların matamatik, istatistik modelini kurmak ve mopdel ile ilgili çalışmaları ihtiva eder. Hemen hemen bütün kantitatif modeller aşağıdaki başlıklar altında belirlenmektedir.

-Karar problemininin belirlenmesi,

-Belirlenen problemin hudutları ve formule edilmesi,

-Modelin kurulması,

-Bilgi toplama ve tasnif,

-Modelin çözüm ameliyesi,

-Modelin geçerliliğinin araştırılması,

-Sonuçların değerlendirilmesi ve yorum,

-Karar verme, uygulama ve kontrol işlemi(9).

Karar verme durumunda olan modern işlermeciyi, subjektif durumlardan kurtarıp objektıf hareketini sağlayacak esasların başında; Yöneylem Araştırması, Doğrusal Programlama, Oyun ve Kuyruk Teorisi, Kâra Geçiş Analizleri gelir. Bu tekniklerin ışıgı altında alınacak kararlar işletmeye büyük kazançlar sağlar veya işletmeyi kayıplardan korur.

----

(9) Şener DILEK, "Simülasyon Metodunun Finansal Planlamada Kullanılması", **İşletme Dergisi**, Kasım, 1979, Erzurum, C.4, S.1-2, s. 25.

1.4 Karar Problaminin Gösterilmesi

Herhangi bir problemin karar problemi olarak gösterilebilmesi için, çeşitli sayıda mümkün durumlar, çeşitli sayıda mümkün stratejiler, mümkün durum ve stratejilerin kombinasyonunun sayısal degerleri gibi unsurlara sahip olması gerekir. Bu unsurlara sahip olan probleme **Karar Problemi** denir. Karar problemi uygulamada; matrisler, karar ağaçları ve grafikler ile gösterilir(10). Şimdi bu saydığımız gösteriş metodlarını sıra ile inceleyelim:

1.4.1 Karar Probleminin Matrislerle Gösterilmesi

Karar matrisi satır ve sütunlardan oluşur. Satırlar mümkün stratejileri (seçenekleri), sütunlar da mümkün durumları (olayları) gösterir(11).

i=Starateji numarası, j= Mümkün durum numarası olmak üzere

$$Oij=f(SiNj)$$

bağıntısı yazılabiilir.

---

(10) Şemsettin BAĞIRKAN, "Karar Verme Kavramı ve Uygulamaları", **İstanbul İTİA Dergisi**, C.1, S.1, 1977, s. 138.

(11) Bkz. Tablo 1.

Genelde problem çözmede bir modele ihtiyaç duyulur. Yukarıdaki fonksiyona örnek olarak;

$$Oij = Si^2 - SiNj + Nj^3$$

bağıntısını ele alalım.

Bu bağıntıda olaylar ve stratejiler mümkün olarak ifade edilirse Oij kolayca bulunabilir. Bu arada şunu da hemen belirtelim ki alternatif mamül planları veya hizmet planları böyle bir bağıntıyla kolayca ifade edilemez.

Diger taraftan;

$$Oij = \frac{aNj}{Si} + bSi + c$$

şeklindeki bir bağıntıda a, b, c katsayıları sistemin sabitlerini ifade ederler. İşletmelerin amaçları , Oij değerlerinin minimum ve maximum değerlerini bulmaktır.

Yukarıdaki formülde a=20, b=5 ve c=0 olduğunu varsayalım. Değerler formülde yerine konulursa sonuç olarak;

$$Oij = \frac{20 \times 3}{4} + 5 \times 4 + 0 = 35$$

Aynı şekilde hesaplama yapılarak aşağıdaki matris bulunur.

	N1	N2	N3	......
S1	25	45	65	......
S2	20	30	40	......
S3	21.7	28.3	35	......
S4	25	30	35	......

Statejiler ve olaylar tanımlanmadığı zaman veya matematik bağıntı çözülemediğinde tahmin ve tecrübe yöntemleri ile veya Kalitatif tekniklerle karar matrisi kurulabilir.

Kısaca yönetim kararlarına erişme derecesini kantitatif verilerle temsil etmek için karar matrisi kurulur. Problem çözme modelleri olarak da matematik, lojik, tecrübe, gözlem ve sezgi yollarını kullanmak gerekir. Buna göre; karar matrisi, tahmin, gözlem ve tecrübe sonuçları olmak üzere üç metodla veya bunların kombine edilmesiyle elde edilir(12).

1.4.2 Karar Probleminin Karar Ağaçlarıyla Gösterilmesi

Karar probleminin yapısı Karar Ağaçlarıyla daha kolay görülür. Herhangi bir problemin çözümüyle ilgili alternatiflerin ortaya konulması ve her alternatife ait

---

(12) HALAÇ O., a.g.e., s. 28.

bütün olayların ortaya konularak gösterilmesinde karar ağacı oldukca yaygın olarak kullanılır(13). Şekil olarak ağaca benzediginden bu şekilde gösterilmeye **Karar Ağacıyla Gösterilme** denilir.

Diğer taraftan karar ağacından söz edilebilmesi için, karar verme durumu için birden fazla sonuç ve bu sonuçların karsılaşma ihtimallerinin olması gerekir. Konuyu bir örnek problemle çözmeye çalısalım(14):

PROBLEM: Bir firma piyasaya yeni bir mal çıkarmak istemektedir. Sözkonusu malın piyasaya sunulma gideri 2.000.000 TL olup çıkacak malın pazarının küçük veya büyük olacağı düşünülmektedir. Pazarın büyük olma ihtimali % 60, küçük olma ihtimali % 40 dır.

Pazar büyük oldugu takdirde malın arz giderlerinden baska 5.000.000 TL, pazar küçük oldugunda ise 1.000.000 TL kâr elde edilmesi düşünülmektedir. Bu durumda işletme üç şekilde karar verebilir. Malı piyasaya arz eder, işten vaz geçebilir veya üretimden önce piyasada test yapar.

İşletme test yapmaya karar verirse 30.000 TL gider yapacağını da göz önünde bulundurmalıdır. Test sonunda büyük olma ihtimali % 80, küçük olma ihtimali % 20 dir.

---

(13) BAĞIRKAN Ş., a.g.m., s. 139.
(14) ERTÜRK H., a.g.m., s. 403.

Test piyasayı küçük gösteriyorsa küçük olma ihtimali % 70 , büyük olma ihtimali % 30 dur.

Buna göre karar ağacını kuralım.

K:Küçük pazar B:Büyük pazar

V:Vaz geçeceğini T:Test edeceğini

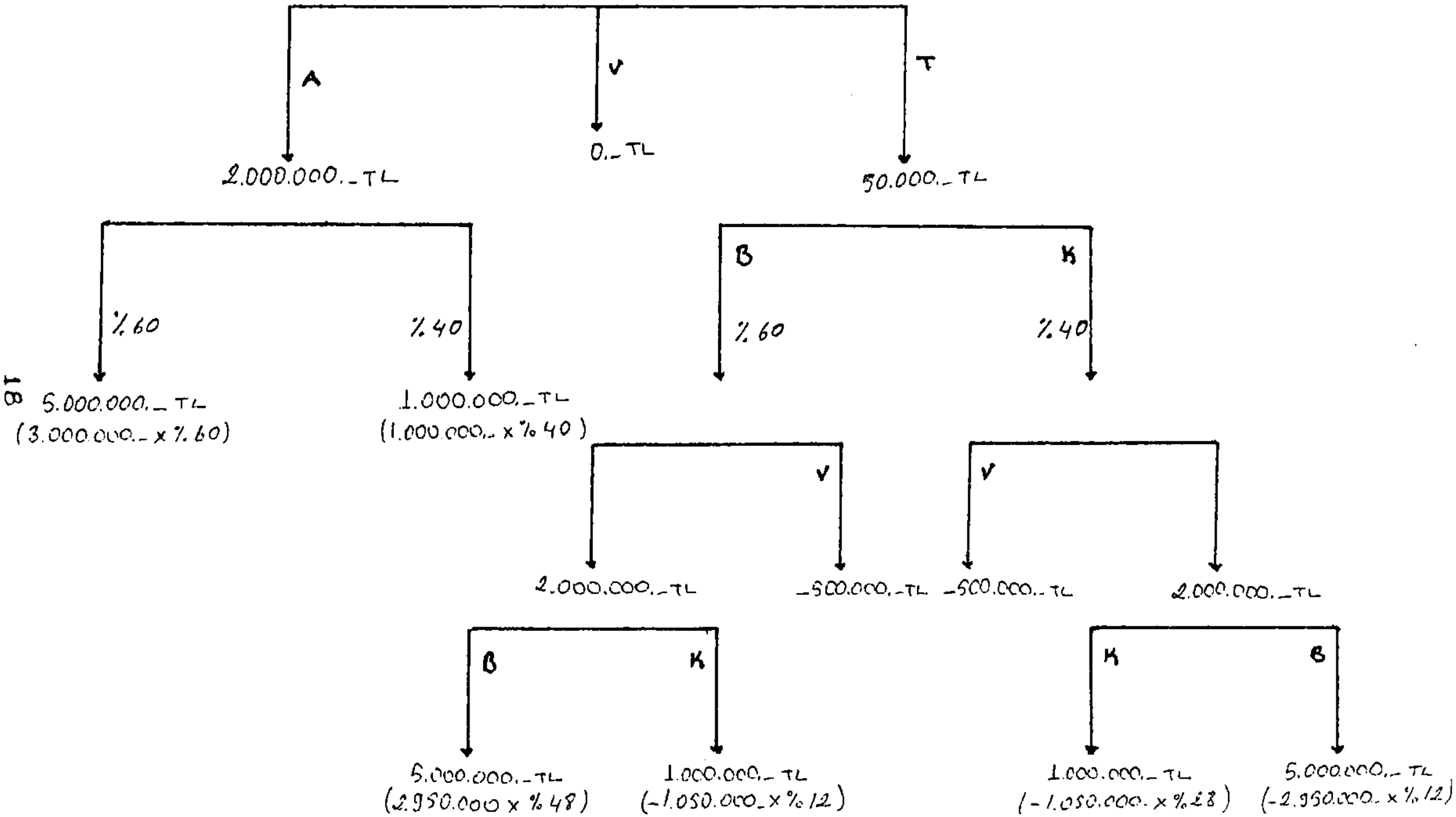
A:Arz edeceğini Tb:Test sonucu Büyük Pazarı

Tk:Test Sonucu Küçük Pazarı

göstersin.

Bu durumda karar ağacı üç boyutludur. Bunlardan vazgeçme ihtimali sıfırdır. Dolayısıyla verilecek kararlardan ikisi kalmış olur. Bu iki sonuçtan da beklenen değeri en yüksek olan hakkında karar vermek en isabetli karar olur.

KARAR AĞACI



Şekil (1)

Arz etme kararı verilirse beklenen değer;

5.000.000 TL - 2.000.000 TL = 3.000.000 TL kârlı durum.

Piyasa büyükse; 3.000.000 x %60= **1800000** TL

Piyasa küçükse; 1.000.000 TL -2.000.000 TL = -1.000.000 TL

-1.000.000 x %40 = -400.000 TL

1.800.000 - 400.000 = **1.400.000 TL** arz etmeye karar verildiğindeki değerdir.

Test yapmaya göre beklenen değer; piyasanın büyük olma ihtimali % 60, piyasanın küçük olma ihtimali % 40, test sonunda piyasanın büyük olma ihtimali % 80, test sonunda piyasanın küçük olma ihtimali % 20.

P(T) = % 12 - % 60

Piyasa için test yapılacağı düşünülürse, 2.050.000 TL gider doğacak, 5.000.000 TL kâr düşünüldüğünden bunların ihtimalleri;

E1(3.000.000 x .60)+(-1.000.000 x .40)= **1.400.000** TL

E2(2.950.000 x .48)+(1.050.000 x .12)+(2.950.000 x .12)

+ (-1.050.000 x .28) = **1.348.000** TL

Bulunan bu değer beklenen değerden küçük olduğundan doğrudan doğruya malı piyasaya sunmak yönünde karar vermek gerekir.

Karar ağacında kullanılan genel metod, beklenen değeri hesaplamaktır(15). Bunun için de baştan sona herbir dalın hesaplanması gerekir.

1.4.3 Karar Probleminin Grafikle Gösterilmesi

Grafik çiziminde, değişik çizim metodları vardır. Biz bunlardan sadece başabaş analizi ile ilgili olan çizimi ele alacağız.

Başabaş analizi ile ilgili çizim yaparken yatay eksende üretim düzeyi, dikey eksende ise gelir, gider, satış ve toplam maliyetler gösterilir. Başabaş noktasını bulabilmek için , ilk olarak orijinden başlıyarak üretim miktarına göre yapılacak değişken giderler noktalar halinde işaretlenerek belirtilir ve bir doğru elde edilir. İkinci olarak gene aynı noktadan çeşitli satış miktarlarında elde edilecek gelirler noktalar halinde belirlenerek bu noktalar birleştirilir. Son olarak düşey eksende sabit gider miktarına ait nokta bulunarak bu noktadan değişen giderler doğrusuna paralel çizilir ve böylece toplam giderler bulunmuş olur. Toplam giderlerle toplam satışların kesiştiği noktaya **Başabaş Noktası** denir(16).

---

(15) Kaye, **Elementary Quantitative Techniques for business Problem Solving**, California, 1969, s. 206.
(16) Can H./ Tuner D./ Ayhan Y., a.g.e., s. 468.

Diğer taraftan Başabaş Noktasını matematik formüllerle çözmemiz mümkündür. Tabii bu formüller başabaş analiznin çözümünde işletmenin amacına göre değişik olur. Şimdi bu formülleri sıralıyalım;

-İşletmenin BBN'daki satış gelirini bulmak için;

$$\text{BBN satış geliri} = \frac{\text{Toplam sabit giderler}}{1-(\text{Top.degişken gid. / Top.satış geliri})}$$

-Amaçladığımız kâr miktarına göre;

$$\text{Kâr yönünden BBN} = \frac{\text{Amaçlanan kâr + Top. sabit gid.}}{\text{Birim sat.fiy.- Birim değş.gid.}}$$

-Kapasitenin yüzdesi bakımından;

$$\text{Kap.Yzd. BBN} = \frac{\text{Toplam sabit giderler}}{1-(\text{Top.değş.gid. / Top.satışlar})\times \text{İşl.nin satış kapasitesi}}$$

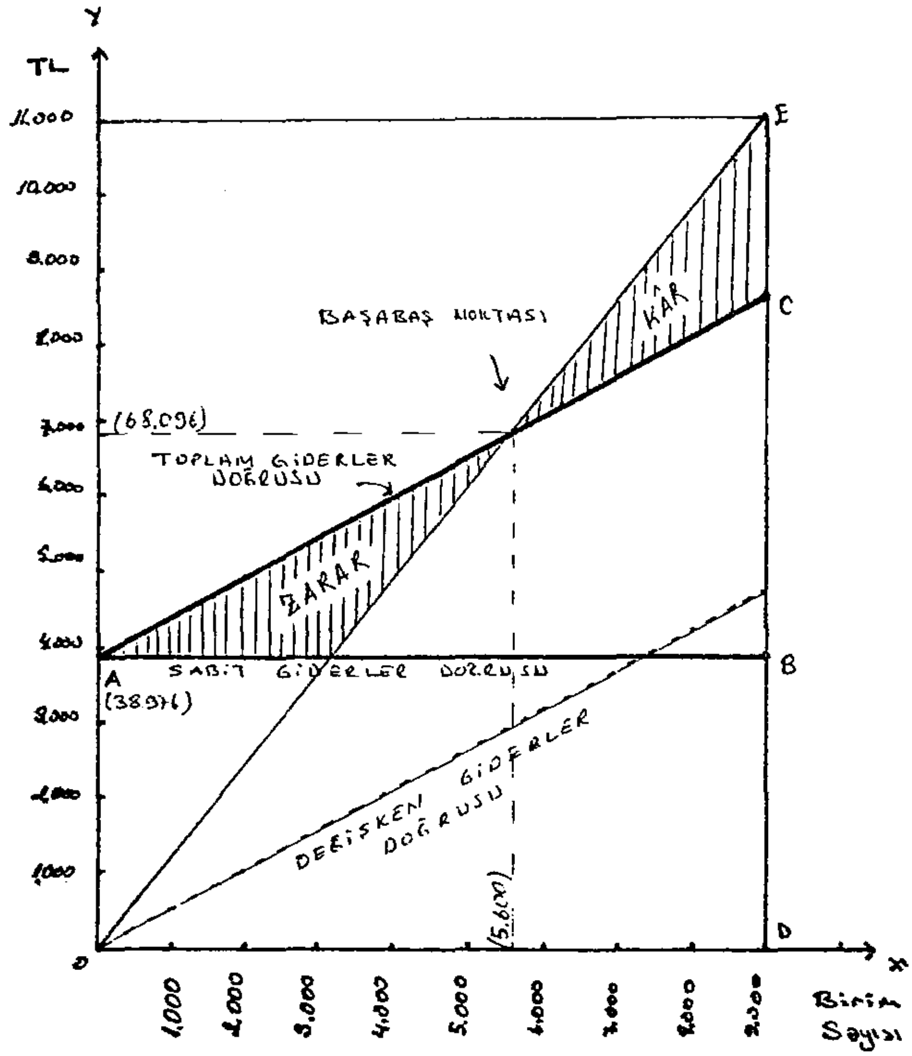
-Satılacak yada üretilecek mal miktarı açısından;

$$\text{Satılacak mal mikt.} = \frac{\text{Toplam sabit giderler}}{\text{Birim satış fiyt.-Birim değş.gid.}}$$

(17).

----

(17) CAN H./TUNER D./AYHAN Y.; a.g.e., s. 470.


Y
TL
BAŞABAŞ NOKTASI
KÂR
ZARAR
TOPLAM GİDERLER DOĞRUSU
SABİT GİDERLER DOĞRUSU
DEĞİŞKEN GİDERLER DOĞRUSU
Birim Sayısı
A
B
C
D
E
(38976)
(68.096)

Şekil (2)

BÖLÜM -II

MODEL VE KARAR ÇESİTLERİ

2.1 Model Kavramı

Model kavramana geçmeden önce sistem kelimesinin tanımlanmasında yarar vardır. Sistem kelimesi değişik anlamlarda kullanılmaktadır. Bir işletme için envanter sistemi, dağıtım sistemi, üretim sistemi, karar sistemi, haberleşme sistemi, sistem kelimesinin kullanıldığı alanlara örnek olarak gösterilebilir. Sistem için en basit örnek insan vucududur. İnsan vucudu kas ve sinir, organ, doku, sindirim ve kan dolaşımı sistemlerinin oluşturduğu toplam bir organik sistemdir(1). Burada insan vucudunu oluşturan alt sistemler ise onun bileşenleridir. Sistemi şöyle tanımlayabiliriz:

Sistem, amaçlar ve bileşenleri arasında ilişkileri ile birlikte bir amaçlar bütünüdür(2).

---

(1) Emir ERDEN, "Sistem Yaklaşımı ve Pazarlama Yönetimindeki Rolü", **A.Ü. İşletme Fak. Dergisi**, C.4, S.1-2, Kasım, 1979, s.286.

(2) Osman HALAÇ, "Entegre Demir Çelik Üretim Sistemlerinin Optimizasyonu İçin Geliştirilmiş Bir Model", Yayınlanmamış Doçentlik Tezi, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi, Mart-1977, s. 2.

Webster'e göre sistem, düzenli olarak etkileşen veya modellerin bağımsız gruplarının birleştirilmiş tümün şekillenmesidir şeklinde tanımlanmaktadır(3). Bu itibarla sistem çok sayıda bileşenlere ve amaca sahiptir. Fakat bileşenler bazı genel amaçlara hizmet ederler. Sistem karmaşıktır. Çünkü bileşenleri birbirini etkilemektedir. İşletmelerde ise sistem bileşenleri sınırsız olmasına rağmen,bu bileşenleri fiziksel ve kavramsal olarak iki grupta ele almak mümkündür. Fiziksel bileşenlere makineler, hammaddeler, mamül maddeler, makina operatörleri, kavramsal bileşenlere de; kâr, satış oranları, üretim standartları ve maliyetleri örnek olarak gösterilebilir.

Bir sistemin bileşenlerinin özellikleri ve ilişkileri yanında çevreninde tanınmasına ihtiyaç vardır. Bir sistemin çevresini şöyle tanımlayabiliriz:

Çevre amaçların bütünüdür. özelliklerindeki değişim, sistemi etkiler ve özelliklerin amaçları etkileyişi sistemin davranışı ile değiştirilir(4).

Buna göre sistemin içeriği olmayan her şey çevreyi oluşturur. önemli bir sorun sistem ve çevresinin tanımında ortaya çıkan güçlüktür; fakat bu sorun incelenen konu ve

---

(3) HALAÇ O., "Entegre Demir-Çelik ....", s. 1
(4) HALAÇ O., "Entegre Demir-Çelik ....", s. 2

işletme problemine bağlı olduğu açıktır. örneğin işletme modellerinde tüketici çevrenin bir parçasıdır.

İşletme problemlerinin analizi bir sistem veya olayın analizi ile başlar. Gözlemden hareketle sistemi tanıma ve onun çalışmasının kavranılması sistem davranışını muhtemelen açıklayacak olan hipotezlerin formüle edilmesini gerektirir. Model kurma hipotezlerin ifadesini formüle etme ve genişletme olarak tanımlanır (5). Sistem veya olayın soyutlanması, basitleştirilmesi veya idealize edilmesi ile model, sistemi tanımlamaya yardım eder. Modeller gerçek olayın aynısını canlandıramaz; fakat sistemi kontrol altına alabilir.

Kurulan modellerin geçerliliği değerleri ile veya gerçeğe uygunluklarıyla belirlenebilir. Dolayısıyla olay veya sistemin gözlemi, problemin belirlenmesi, bir hipotezin formüle edilmesi ve bir model kurma ile hipotezin düzeltilmesi modelin değerlenmesini gerektirmektedir. Modelin testi veya geçerliliği diğer gözlemlerle ve sistemin ölçülmesi veya tecrübelerle yapılır. Yeni verilerle model ve gerçek sistem arasındaki ilişkileri belirlemek için model denemelere konulur. Bulunan sonuçlara göre düzeltmeler gerekebilir. Ayrıca kurulan modelle incelenen sistem veya olayın gelecekteki

---

(5) HALAÇ O., "Entegre Demir-Çelik ....", s. 5.

davranışları da analiz edilir. Bu itibarla modelin fuzuli karışıklıklardan arındırılmış olması gerekir. Model ne kadar sade olursa yönetici için o kadar iyi olur(6).

Matematik bir modelin elemanları; sabitler, degişkenler ve parametrelerdir. Yani modellerde üniversal terimlerin kullanılması gelenek halini almıştır.

2.2 Modellerin Tasnifi

Modeller önce modeli kurulan sistemle ilişkisi açısndan ele alınabilir. Model gerçek sisteme ne kadar uymaktadır? Fiziksel modellerde sistemin bileşenlerinden bazıları aynen kalır, bazıları da gerçek sistemlerde bulunmaz. Gerçek sistemde bulunmayan fiziki elemanlardan kurulan modellere **fiziki analoji** denir(7). Modelleri niceliksel(kantitatif) ve niteliksel (kalitatif) olarak iki grupta incelememiz mümkündür(8).

Kalitatif modellerde resme benzer şekiller kullanılır. Akış diyagramları ve organizasyon şemaları gibi.

Kantitatif modeller ise matematik ifadeler

---

(6) Bierman/ Bonini/ Hausman, "İşletme kararlarının Alınmasında Kantitatif Analiz",İşl.Fak. Arş. Enst., Yayınlanmamış Ders Notları, Erzurum, 1981, s. 5.
(7) HALAÇ O., "Entegre Demir-Çelik Üretim .....", s. 9.
(8) I.Cem ASKUN, "Karar Almada Nicelikli Araç ve Yöntemler", **Eskişehir ITIA Dergisi**, C.9, S.1, Sevinç Matbaası, Ankara, 1973, s. 8.

zincirinden oluşur, çözümü sistemin durumundaki değişimleri açıklar ve sistemin geleceğini kestirmeye imkân verir. Matematik modellerin kullanımı, gerçek olayın (sistemin) tanımı, soyutlanması ve analitik sonuçlara bağlıdır.

Matematik modeller deterministik ve probabilistik modeller olmak üzere ikiye ayrılabilir. Her iki tipin kullanımı incelenmekte olan sistemin yapısı ile karakterize edilir. Teorik olarak tanımlanmış ve değişen koşullar ile sistemin optimum tasarımı ve optimumu varsa deterministik modelden sözedilebilir. Bu tür optimumlar modelin çözümü ve ifadesi için gerekli olan matematik güçlükler ve sistem değişkenleri arasında karmaşık girişimler nedeniyle tamamen bilinemez. Dolayısıyle uygulamada nümerik değerlerin tahmininde güçlükler doğar. Ama deterministik modellerde belirlilik vardır. Simülasyon modelleri bu grup da düşünülebilir.

Diğer taraftan modeller, niceliksel ve niteliksel olmak üzere iki grupta toplanmıştır(9). Işgören moralinin güçlendirilmesi gibi bazı işletme sorunları, niteliksel bir özellik göstermektedir. Yani bu tür sorunların nicelendirilmeyecek özellikleri vardır. Hatta niceliksel modellerde bile niteliksel bir takım özellikler vardır.

----

(9) Aşkun C., a.g.m., s. 9.

İkinci dünya savaşından sonra geliştirilen yöneylem araştırması teknikleriyle, bir takım modellere, sistem analizlerine başvurulmuştur. Elektronik bilgi işlem makinelerinin yaygın olarak iş hayatında kullanılmaya başlanılması birçok alanda olduğu gibi işletme kararlarının alınmasında da büyük kolaylıklar sağlamıştır.

Ancak bu gelişmeler yöneticinin işletme kararlarının alınmasında risk payını yani hata yapma durumunu tamamen ortadan kaldıramamıştır. Bunun nedeni ise yöneticinin karşılaştığı sorunlarının az veya çok niteliksel (kalitatif) özellikler taşıması ve bu özelliklerinde niceliksel (kantitatif) metodlarla giderilememesidir.

2.3 Modellerin Çözümüne İlişkin Yöntemler

Herhangi bir modelden problemin çözümüne geçerken yöntem seçimi modelin özelliğine bağlıdır. Yöntemler;

- Analitik
- Nümerik
- Simülasyon

çözüm yöntemleri olarak gruplandırılır.

Tümden gelim yöntemi de denilen Analitik yöntem, diferansiyel hesap ve özel matematik teknikleri gerektirir. Nümerik yöntemde ise bir deneme yanılma ile çözüm aranır ve iteratif yöntemdir. Olasılık kurallarına göre ifade edilebilen modellerde değişkenlere bulunacak olan değerler zor elde edilir ve fazlaca denemeyi gerektirmesi halinde simülasyon yöntemi kullanılır. Bu durum genelde bir bilgisayarı gerektirir. Monte Carlo Simülasyonu çok fazla kullanılan bir yöntem olarak bilinir. Nümerik yönteme Algoritmik yaklaşım da denilir. Simülasyon yöntemine genelde değişkenler arasındaki bağıntının deterministik olmayıp probabilistik olması halinde başvurulur.

2.4 Karar Tiplerinin Uygulanması

2.4.1 Belirlilik Halinde Karar Verme

Şayet karar matrisinde bir tek olay ve stratejilere karşılık, belirli sonuçlar bulunursa "Belirlilik Halinde Karar" dan sözedilir. Bu durumda ortaya çıkacak olan olay kesinlikle bilinmektedir. Dolayısıyle karar verenin gelecek ve sonuç konusunda güvenilir bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Belirlilik halinde herhangi bir kararın alınabilmesi için, karar almada kullanılacak bütün mümkün stratejiler ve durumlar tam olarak bilinmelidir (10). Belirlilik halinde ortaya çıkacak olan olayın ihtimali 1 olarak kabul edilir. Yani olay % 100 vuku bulacaktır.

Bu konuyu biraz daha açalım. Diyelim ki bir işletme kurulmak isteniyor. İşletmenin kuruluşu için ilk kuruluş çalışmaları tamamlandı ve sıra kuruluş yerinin seçimine geldi. Bu işletme, endüstri işletmesi olsun. Kuruluş yeri seçilirken; verimlilik (prodüktive), iktisadilik ve kârlılık (rantabilite) olmak üzere üç kıstas gözönüne alınır.

Bu durumda karar verilirken üç ayrı karar matrisi kurulup, karar matrisinde en yüksek değerin olduğu strateji seçilir. Mesela aşağıdaki tablo bir X işletmesinin belli bir dönemdeki üretim miktarını yansıtmış olsun. Bu durumda hangi stratejinin seçileceğine karar verileceğine bakalım.

olay

Seçenek	(üretim miktarı) 1000 Ton
S1	20
S2	22
S3	18
S4	19

---

(10) BAĞIRKAN S., a.g.m., s. 142.

Yukarıdaki tabloda üretim miktarının en yüksek olduğu (22) S2 seçeneğinin seçimine karar verileceği açıkça görülmektedir.

Gene aynı şekilde, aynı endüstri dalında çeşitli kuruluş yerleri farklı maliyetlere neden olacağından gene bir karar matrisi kurulup, bu karar matrisinde en düşük maliyete sahip olan strateji veya seçenek seçilecektir.

Benzer şekilde bir X işletmesinin sermaye yatırım teklifleri aşağıdaki tablodaki gibi olsun (11). Bu durumda acaba hangi strateji seçilir?

seçenekler	(iç verim oranı) olay
S1	% 11
S2	% 17
S3	% 9
S4	% 22

Yukarıdaki tablonun incelenmesi sonucu S4 stratejisinin yani iç verimlilik oranı en yüksek olan (22) değerinin bulunduğu stratejinin seçilmesi en uygunudur.

Yönetim kararları ile iş şubeleri kararları arasındaki fark, kararların toplanabilmesiyle (Delegrerbarkeit) yakından ilgilidir. Sevk ve İdare kararları Gutenberg'e göre servet ve hasıla durumu ve böylece işletme varlığı için önemli bir ölçüye sahip

---

(11) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 29.

bulunmalı ayrıca tüm işletmeye yönelik olmalıdır. Buradan şu sonuç çıkar: Hakiki sevk ve idare kararları temsilci vasıtasıyla alınamaz.

Bu kıstasa uyan kararlar; uzun vadeli işletme politikasının tesbitini tüm işletme bölümlerinin koordine edilmesini, devam eden işletme sürecinde meydana gelecek arızaların giderilmesini, önemli olağanüstü işlemler için ticari tedbirleri, ayrıca sevk ve idare konularını kapsar.

Nihai ve Nesnel kararlar arasındaki ayrılık, kararın sahasının zamansal bölünmesinden ileri gelir. Nihai kararlar, nesnel (Objektif) kararlardan önde gelir. İşletmenin hedefi, informasyon sistemi ve örgütsel yapılar üzerine olan kararlar, nihai kararlar için tipik örneklerdir. Nesnel kararların iyiliği ve doğruluğu, örgüt çerçevesinde bu tip vazifeleri yerine getirmek durumunda olan karar organı ile bir esasa dayanan hedef ve informasyonlara bağlıdır. Bu suretle örneğin, tedarik, üretim, pazarlama, finansman kararları ortaya çıkar.

Belirlilik, risk ve belirsizlik altındaki kararların sınırlaması karar verme durumunda olanların bilgi edinme derecelerine bağlıdır. Belirlilik altındaki bir karar durumunda, karar organı, bazı sonuçların mutlaka olabileceğini bilir. Risk altındaki kararlar da, karar organı, alternatiflerin bazı sonuçlarının belli imkânlarla meydana gelebileceğini bilmektedir. Belirsizlik halinde ise karar organı her ne kadar bazı çevre şartlarının belli alternatif sonuçları getireceğini bilirse de çeşitli çevre durumlarının ihtimal sıklığını tanıyamaz.

Kararlar; kendisine şamil olan plan ufkunun uzunluğuna göre uzun, orta ve kısa vadeli kararlar diye de sınıflandırılır. Plan ufku; planlama düşüncesine istinat eden bir zaman dönemidir. Uzun vadeli planlar, 3-10 yıllık; orta vadeli planlar, 1-3 yıllık; kısa vadeli planlar ise 1 yıla kadar olan süreleri kapsar.

2.4.2 Belirsizlik Halinde Karar Verme

Karar problemleri genelde kesin olmasına rağmen iş alanlarında, idari sahalarda karşılaşılan durumlar daha ziyade belirsizlik halleriyle doludur. Bu tür kararlar çok çeşitli olup her alanda yaygındır.

Çıkması muhtemel olayların vukubulma ihtimalleri veya olayların belirlenemediği karar problemleri "Belirsizlik Halinde Karar Kriteri" olarak incelenir(12). Bazı durumlarda belirsizlik az, bazı durmlarda da belirsizlik fazladır. Problemin mahiyetine göre daha önce yapılmış deneylerden veya vuku bulmuş olaylardan faydalanılır. Şayet karşılaşılan problemle ilgili daha

---

(12) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 50.

önce hiçbir çalışma olmamışsa bu durumda bazı ön çalışmalar yapılmalıdır(13). Bunun için de zaman ve masraf kaybını önlemek amacıyla örnekleme veya sondaj metodunu uygulamak gerekir.

Belirsizlik halinde alınan kararlarda beklenen sonuçlar belirli ihtimallere göre hesap edilir. Hesap edilen ihtimalin değerine göre alınan kararlar az veya fazla riskli olabilir. Şayet ihtimal 0 veya 1'e yakın olursa risk azalır. Buna göre riskin düşük oranda olması kârın yüksek oranda olması anlamına gelir(14). Belirsizlik halinde karar vermede mümkün staretejiler, ve bunlara ilişkin ihtimaller bilinir. Bu itibarla her bir staretijinin beklenen değeri hesap edilebilmektedir. Karar verme durumunda olanlar, hesap edilen bu değerler arasından en uygun olanını seçerek karar verir.

2.4.3 Risk Halinde Karar Verme

Şayet karar probleminde meydana gelecek olan olayların sayısı belli ise ve bu olayların meydana gelme ihtimalleride biliniyorsa risk halinde karardan söz edilir(15). Bunu da optimum bekelenen değeri en iyi olan stratejinin (seçeneğinin) seçilmesi problemi söz

---

(13) URAL K., a.g.e., s. 5.
(14) BAĞIRKAN S., a.g.m., s. 145.
(15) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 33.

konusudur. Optimum beklenen değer de ihtimallerin çarpımı ve bulunan değerlerin toplamı ile elde edilir.

Risk halinde karar verme modellerinde amaç maksimizasyonu yerine amacın beklenen değeri maksimize edilir(16).

Bu tür problemlerin çözümünde genelde matrislerden yararlanılır. Matrislerde seçeneklere ilişkin beklenen değerler ihtimallerle çarpılır ve en yüksek olumlu değere karar verilir. Eğer matris veya tablo olumsuz değerler için düzenlenmişse, mesela zarar söz konusu ise bu kez de en yüksek değil en düşük değer üzerinde karar kılınır.

Örneğin, bir işletme yeni bir mamül üretimi için kurulacak olan fabrika büyüklüklerini küçük(S1), orta(S2), büyük(S3) olarak belirliyor. En iyi fabrika iriliğinin mamül talep düzeylerine bağlı olduğu tespit edilmiş ve talepler dilimlere ayrılarak az(N1), orta(N2), yüksek(N3) muhtemel olaylara ayrılmıştır. Aşağıdaki matriste verilen verileri kullanarak hangi irilikte bir fabrika kuralacağına karar verilmesi gerektiğini bulalım.

	N1 1/2	N2 1/4	N3 1/4
S1	50	-8	0
S2	-10	64	12
S3	-20	12	80

(16) IDIL O., a.g.e., s. 264.

Her bir seçenek için beklenen değeri bulalım.

$$E1= 50 \times 1/2 + (-8) \times 1/4 + (0) \times 1/4 = 92/4$$

$$E2=(-10) \times 1/2 + 64 \times 1/4 + 12 \times 1/4 = 56/4$$

$$E3=(-20) \times 1/2 + 12 \times 1/4 + 80 \times 1/4 = 52/4$$

Beklenen değeri en büyük (92/4) olan S1 seçeneği yani küçük irilikte bir fabrika kuralmasına karar verilmelidir.

2.5. Karar Kurallarının Uygulanması

2.5.1. Minimax Kuralı

Bu kural Laonard J. Savage tarafından önerilmiştir. Bu kuralı maksimum zararlar içerisinde minimum olanına ilişkin alternatif seçimini gerekli kılar(17). Oyun teorisinden alınan bu kurala göre büyük zararlardan korunmak istenen karar verenler (oyuncular), maksimum zararı minimize etmeye çalışırlar. Bu kural, karar verenleri büyük hata mahiyetlerine karşı koruyabilir ve her kombinasyonun değeri hesaplanabilir. Hesaplanan bu değerlerin karşılaştırılması sonucu en uygun karar alınır.

Şayet karar matrisinin değerleri maliyet

---

(17) Bülent BIRCAN, "Karar Verme ve Tam Belirsizlik Ortamında Uygulama Karar Kriterleri", I.U. Işl. **Fak. Dergisi**, Kasım, 1984, C.13, S.2, s. 48.

değerlerini temsil ediyorsa bu durumda, maksimum maliyetler arasından minimum olan maliyet seçilir(18). Maliyet tipli durumlarda küçük değerler, kâr tipli durumlarda ise büyük değerlerin gerçekleşmesi arzu edilir(19).

2.5.2 Maximin Kuralı

Maximin kuralı minimax kuralının alternatifi olup, matematiksel istatistikçi Abraham Wald tarafından geliştirilen maximin karar kriteri, tam belirsizlik ortamı içinde en kötümser olandan biri sayılır. Bu kriterin formule edilmiş anlatımı; minimum kazançlar içinde maximum olanının seçimidir(20).

Literatürde çoğu kez Wald veya kötümserlik kuralı olarak geçen bu kurala bazen de Von Neumann adı da verilmektedir. Kötümserlik kuralı olduğuna göre karar matrisinden en küçük elemanlar seçilir ve bu elemanlar arasından da en büyüğü seçilir. Çünkü; en büyük kazanç sağlanmış olur. Kuralda maksimin sözü minimum faydanın maximuma ulaştırılması veya azamileştirilmesi amacının benimsendiğini gösterir. Ve minimax kayıp ise, maliyet tipli karar matrisinde geçerli olacaktır(21).

---

(18) BAĞIRKAN Ş., a.g.m., s.150.
(19) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 55.
(20) BİRCAN B., a.g.m., s. 41.
(21) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 54.

Karar verici en iyi duruma, minumum gelirlerin maxsimumunu seçmek suretiyle ulaşabileceğini kabul eder böylece karar veren minumum gelirleri maximum yapmış olur(22).

2.5.3. Maximax Kuralı

Tam iyimserlik kuralı adı da verilen ve Plunger'e atfedilen bu kuralda karar veren kişi iyimserdir ve maximum kazancını maximize etmeye çalışır(23). Bu kurala göre; mevcut kombinasyonlar arasından maximum değerli kombinasyonlar seçilerek bunların arasından da maximum geliri temin eden kombinasyon en uygun kombinasyon olarak seçilir(24).

Bunun yanısıra, bu kuralın karar vereceği, riske gözü kapalı tip olarak benimsemesi, onun işletme problemlerinde uygulanma olanağını son derece sınırlamıştır. Bu özellikleriyle söz konusu kural, serüven yanlısı kişilerin benimseyeceği irrasyonel davranış biçimini belirtirir(25).

Aşağıdaki maliyet tipli karar matrisine maximax kuralını uygulayalım:

---

(22) BAĞIRKAN Ş., a.g.m., s. 150.
(23) IDIL O., a.g.e., s. 151.
(24) BAĞIRKAN Ş., a.g.m., s. 151.
(25) BIRCAN B., a.g.m., s. 43.

	N1	N2	N3	N4	En kötü kazanç
S1	15	-2	25	3	-2
S2	8	3	12	2	2
S3	22	35	10	-15	**-15** ====> Minimin

İyimserlik maliyet elemanları arasından en küçük olanın seçimini gerektirir; zira en küçük maliyet bizim iyimserliğimiz olacaktır(26). Şayet matrisimiz maliyet tipli değil de kâr tipli olsaydı o zaman herbir satırın en yüksek değerini alıp, daha sonra da bu değerler arasından en büyüğü seçilecekti.

2.5.4. Hurwicz Kuralı

Leonid Hurwicz tarafından geliştirilen bu kurala çoğu kez, "Hurwicz Alpha Kriteri" adı da verilmiştir. Kuralın amacı; maximin ve maxmax kriterlerinde, karar verici için düşünülen aşırı kötümser ve iyimser olmanın yarattığı sakıncaları gideremeye yöneliktir. Hurwicz söz konusu kuralın sakıncalarını gidermek için; Alpha endexini veya Alpha katsayısını analize katmıştır(27).

Alpha endexi; karar verici tarafından saptanan ve onun iyimserlik-kötümserlik derecesini yansıtan, 0 ile 1

---

(26) HALAÇ O., **K. Karar Verme Tek.**, s. 59.
(27) BIRCAN B., **a.g.m.**, s. 43.

değerleri arasında değişen katsayı biçiminde tanımlanır(28). Bu kurala göre, Optimal kararın saptanmasında izlenecek yol şöyledir:

* önce karar verici tarafından alpha, iyimserlik-kötümserlik katsayısı $0 <= \alpha < 1$ koşuluna uygun olarak saptanır.

* Her alternatif kolonundaki maximum koşullu kazanç değerleri, α ve minimum koşullu kazanç değerleride $1-\alpha$ endexleri ile çarpılır.

* Bu çarpım değerleri her kolon için ayrı ayrı toplanır. Böylece bulunan bu değerler, her alternatif için α ve $1-\alpha$ endexleri ile ağırlıklandırılmış koşullu kazanç değerlerini, yani ağırlıklı ortalamaları belirtir.

* Alternatiflere ait ağırlıklı ortalamalar içinde, maximum değerli olanının gösterdiği alternatif, optimal karar olarak seçilir.

Mesela karar verici tarafından alpha endexi 0.89 varsayıldığında, bunun manası onun % 89 iyimser ve % 11 kötümser olduğunu belirtir.

Hurwicz kuralının iki önemli özelliği vardır:

----

(28) Ac Koff-Sasiesi. op. cit., s. 42. Kaynak: BIRCAN B., a.g.m., s.44.

1) Bu kuralın uygulanmasında, α endexi bir olasılık değeri gibi analize katılmaktadır. Bu itibarla çoğu kez bu katsayı, subjektif olasılık değeri olarak benimsenir.

2) α =0 olduğunda, Hurwicz kriteri maximim kriteri ve α =1 olduğunda, Hurwicz kriteri maximax kriteri olur. Dolayısıyla maximim ve maximax kriterlerinin, Hurwicz kriterlerinin özel bir tipi olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.

2.5.5 Laplace Kuralı

Bu kural Fransız matematikçisi Laplace tarafından geliştirilmiştir. Bu itibarla çoğu literatürde **Laplace, eş ihtimal kriteri** veya **Laplace-Bayes kuralı** olarak geçmektedir. Bu kurala göre muhtemel olayların eşit ihtimallerle vuku bulacağı varsayılır(29). Bu kriterde bütün olayların vukubulma ihtimalleri eşit olduğundan problem risk altında karar verme problemine dönüşür. Dolayısıyle beklenen değeri amaca en uygun alternatif davranış biçiminin seçilmesi gerekir.

Aşağıdaki kazanç matrisinde Laplace kuralını kullanarak optimal stratejiyi belirleyelim.

---

(29) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 51.

	N1	N2
S1	-8	10
S2	3	15
S3	24	-800

Burada iki mümkün durum söz konusu olduğundan bunların ihtimalleri 1/2 olur. Dolayısıyla her bir seçeneğinin beklenen değeri:

$$E(S1)= -8 \times 1/2 + 10 \times 1/2 = -4.0 + 5.0 = 1$$

$$E(S2)= 3 \times 1/2 + 15 \times 1/2 = 1.5 + 7.5 = 9$$

$$E(S3)=24 \times 1/2 + (-800) \times 1/2 = 12 + (-400) = -388$$

Beklenen değeri en yüksek olan S2 seçeneği daha karlı olacaktır. Şayet matris kazanç değil de maliyet matrisi olsaydı, bu durumda beklenen değeri en düşük olan seçenek seçilecekti.

2.5.6. Bayes Kuralı

Bayes (*) kuralı Bayes teoreminin bir uygulamasıdır. Bayes teoremi, bir olay ve bir olayın bilinen ihtimallerinden faydalanılmak suretiyle onu meydana getiren nedenlerin ihtimallerini bir tek formülle hesap etme imkânını sağlayan bir metoddur. önceden bilinen

---

(*) Thomas BAYES, (1708-1761) ingiliz Filozof ve Din Adamı ihtimaller şartsız ihtimaldir. Bu ihtimallerin son ihtimaller haline çevrilmesi halinde bunlar şartlı ihtimal olacaktır. Bayes formülü:

A1,A2,A3.......An örnek uzayı S nin alt cümleleri olsun.(B) bu örnek uzayında bulunan herhangi bir olay olsun. Bu durumda; her (i) değeri için her olayın ihtimali;

$$P(Ai/B) = \frac{P(Ai) \times P(B/Ai)}{P(A1)xP(B/A1)+P(A2)xP(B/A2)+....+P(An)xP(B/An)}$$

Formülü ile hesaplanır.

Bayes kuralı ile kârın maksimum veya zararı minimum olarak hesap edilmesi sağlanır(30). Bu kural ile kararların alınabilmesi için karar verenler karar probleminde bulunan her stratejinin ihtimalini hesaplamalıdır. İhtimallerin hesabından sonra en uygun beklenen değeri temin eden kombinezyon, en uygun kombinezyon olarak seçilecektir.

----

(30) BAĞIRKAN Ş., a.g.m., s.152.

2.6 Oyun Teorisi

İşletme ve ekonomi kaynaklarında "oyun", zamanla ortaya çıkacak olan belli ödemeleri önceden kestirmek için karar verme zorunluluğunda kalan tarafların (oyuncuların, firmaların) menfaat çatışmalarını ve rekabetini yansıtır(31). Bu teori karar sürecinde matematik yönüyle tarafların seçeneklerini formüle etmeyi amaçlamaktadır ve lineer programlama ile sıkı bir ilişkisi vardır.

Oyun teorisinde taraflar kazançlarını mümkün olduğu kadar artırmayı veya kayıplarını mümkün olduğu kadar azaltmayı düşünürler.

Oyun teorisi, sistematik olarak matematikçi John Von Neumann ve ekonomist Oskar Morgenstern tarafından ikinci dünya savaşı sırasında geliştirilmiştir. Bu iki yazarın çalışması " The Theory of Games and Economich Behavior " adlı eserde toplanmıştır.

Oyun teorisinde çok fazla çalışma yapılmış olmasına rağmen işletme problemlerine uygulama, teorik çalışma yanında çok azdır. Etkin uygulama alanı olarak savaş veya askeri problemler gösterilmektedir. İşletme problemlerinde ise rekabete dayanan problemler veya tabiata karşı verilecek karar problemleri yer alır.

---

(31) Halaç O., K. Karar Verme Tek., s.72

Bunları şöyle sıralıyabiyiriz; teklif verme politikasının tesbiti, reklam planları, yeni mamüller arasında seçim yapma, satınalma politikasının belirlenmesi, sermaye planlaması, araştırma stratejilerinin belirlenmesi, talebin belirsiz olması halinde üretim programlama ve fiyatlama.

2.6.1. Temel Kavramlar

Bir oyunda iki veya daha fazla oyuncu (rakip) bulunursa oyuncuların seçeceği alternatiflerin kombinasyonu ile bir karar matrisi elde edilebilir. Genel olarak rekabet problemlerinde aşağıdaki özellikler bulunmaktadır.

a) (n=oyuncu sayısı) n>=2 dir. n=2 için 2 kişili oyun denir. Oyuncu sayısı sonludur.

b) Her bir oyuncu rasyonel davranacak ve kendi çıkarı doğruitusunda karar verecektir.

c) Oyun sonucu: oyunu kazanma, kaybetme veya oyundan çekilme olarak belirlenir. Herbir sonuç veya ödeme negatif, pozitif veya sıfır olmak üzere her oyuncunun diğerine ödemeleri ile belirlenir.

d) Tarafların seçenekleri belirlidir. Veya herbir oyuncunun davranışı (S1, S2, S3, ... Sn) rakibince belirlenmektedir.

e) Herbir oyuncunun seçenek sayısı sonludur.

Tarafların karar için benimseyeceği strateji veya alternatif; sıfır toplamlı oyunlar da tam strateji ve karma strateji olarak adlandırılır. Sıfır toplamlı oyunlarda rakiplere ödemeler toplamının sıfır olduğu bellidir. İki oyuncu arasındaki düzenlemelerde tam bir zıtlık mevcutsa, yani, birinin kazanç miktarı tamamiyle diğerinin kaybını oluşturuyorsa bu tür oyunlar sıfır toplamlı oyun adını almaktadır(32).

Oyunlar genellikle; Sıfır toplamlı oyunlar ve sıfır toplamlı olmayan oyunlar olmak üzere ikiye ayrılır(33).

2.6.2 İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar

İki kişilik sıfır toplamlı oyunlarda oyuncular ve rakiplerin net kazançları toplamı sıfırdır. Yani oyunun sonunda birinin kazancı diğerinin kaybına eşittir.

Oyuna katılanlar akıllıca hareket edecekler ve kazançlarını en çok yapmaya veya kâr etmeleri imkânsızsa zararını en aza indirmeye çalışacaktır(34).

---

(32) Erol EREN, İşletmelerde Stratejik Planlama, s. 236.
(33) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 74.
(34) ESİN Alptekin, Yöneylem Araştırmalarında Yararlanılan Karar Yöntemleri, G.Ü. B.Y.Y.O. Basımevi, Ankara, 1984, s. 309.

A ve B oyuncularının ayrı ayrı kazançları genel olarak aşağıdaki matrislerle gösterilebilir.

	1	2	......	i
1	A11	A12	......	A1i
2	A12	A22	......	A2i
.	...	...	......	...
.	...	...	......	...
j	Aj1	Aj2	......	Aji

A oyuncunun kazanç matrisi

	1	2	......	i
1	A11	A12	......	A1i
2	A21	A22	......	A2i
.	...	...	......	...
.	...	...	......	...
j	Aj1	Aj2	......	Aji

B oyuncunun kazanç matrisi

Kaynak: Osman HALAÇ, "Kantitatif K. V. T.", s.74

2.6.3. Tepe Noktası Kavramı (Tam Strateji)

Oyunların en basiti tepe noktalı oyunlardır. Yani, satırında en küçük ve sütününda en büyük olan aynı elemanı içeren ödemeler matrisi düşünülmektedir. Bu durumda A' ya göre oyunun değeri tepe noktası elemanı ve B' ye göre ise tepe noktası elemanının negatif işaretlisidir.

örneğin; A'ya göre ödemeler matrisi aşağıda verilen oyuncular için en iyi seçeneği ve A ve B ye göre oyun değerini bulalım.

		B					
		1	2	3	4	5	Satırların minimumu
A	1	9	3	1	8	0	0
	2	6	5	4	6	7	4 ===> Maximin
	3	2	4	3	3	8	2
	4	5	6	2	2	1	1
	Süt. Max.	9	6	4	8	8	

Burada A ya göre idemeler matrisinde her bir satırın en küçük elemanı bulunur ve matrisin sağ tarafına yazılır. Diğer taraftan yine her bir sütunun en büyük değeri bulunur ve sütunların altına yazılır. Bu düşünce A yönünden maximin, B yönünden minimax (maliyet tipli kazanç matrislerinde kötümserlik kriteri) olarak belirlenir. A nın ve B nin oyun değeri '4' olarak bulunmuştur. Yani, birinin kaybı diğerinin kazancına eşittir. Dolayısıyla uygun bir tepe noktası vardır.

örnek:

		B			
		1	2	3	Satırların max.
A	1	-1	3	-1	-1
	2	0	1	0	0 maximin
	3	-2	2	-3	-3
	Süt. max.	0	3 minimax	0	

Bu örnekte de oyunun iki çözümü vardır.

A, 2. stratejiyi seçerse; B, 1. stratejiyi seçer.

A, 2. stratejiyi seçerse; B, 3. staretejiyi seçer.

2.6.4. Karma Stratejiler

Bazen en doğru karar belli bir stratejiyi değil de bu tür stratejilerin karışımını kullanmayı gerektirirse bu tür stratejilere "karma strateji" denir(35).

örneğin A'ya göre ödemeler matrisi aşağıda verilen Oyun değerini ve oyuncular için optimumu seçenekleri bulalım:

		B I	B II	B III	Satırların min.elemanı
A	I	-1	2	1	-1
A	II	1	-2	2	-2
A	III	3	4	-3	-3
Sütunların Max.elemanı		3	4	2	

A oyuncusu tam seçenek arayarak satırları tarayacak ve herbir satırdan minumum elemanı seçecektir. B oyuncusu içinde benzer işlem yapılır. A için maximin ve B

---

(35) ESİN A., a.g.e., s. 310.

için minimax değer bulunmadığı için oyunun bir tepe noktası yoktur ve taraflar karma stratejiler ilkesini benimseyeceklerdir.

A oyuncusunun kazancını asgari seviyede tutmak için 1. seçeneği benimserse bekleyeceği kazanç -1 dir. Benzer şekilde B oyuncusu 3. seçeneği benimser, ve kaybının 2 den daha büyük olmayacağına emindir.

A ve B nin bu tam stratejiler ile oyuna başlayacağını varsayalım. A oyuncusu B nin daima 3 ü seçeceğini kestirirse 2. seçeneği ile kezancını 1 den 2 ye çıkarabilir. Zıt bir durum B için düşünülebilir. B oyuncusu A nın 2. seçeneğini kestirirse B de stratejisini değiştirecek ve 2. seçeneği benimseyecektir. Bu durumda B nin kazancı 2 dir. A oyuncusu ise bu hamle karşısında 3. seçeneği benimseyecek ve oyun devam edip gidecektir.

A ve B nin birtek seçeneği benimsemediği açıktır. Tarafların optimum karma seçeneklerini sıra ile X=x(x1,x2,x3) ve Y=y(y1,y2,y3) rastgele değişkenleriyle tanımlayalım. her oyunda A nın kazancını göstermek üzere, A ya göre oyunun beklenen değeri;

$$E(\alpha ij;\ x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} aij\ xi\ yj$$

olarak yazılır. aij, A i. seçeneğini ve B j. seçeneğini benimsemesinden doğanödeme veya A ya göre kazançtır. Benzer şekilde B oyuncusu için beklenen değer;

$$E(-\alpha i;X,Y)=\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (-aij)xiyj$$

olur. (Bu iki beklenen değer şartlı ihtimal olarakda düşünülebilir)

A ve B nin optimum seçeneklerini XO ve YO ile gösterelim. Optimum seçenekler için verilen bağıntılar sırası ile şöyle yazılır:

Bütün Y ler için $E(\alpha;XO,YO)>= v1$ (1)

Bütün X ler için $E(-\alpha;X,YO)>= v2$ (2)

Sıfır toplamlı - iki kişili oyunlar için $v1=-v2$ olduğu ispatlanmıştır. Her iki eşitsizlik A ve B oyuncularına göre

$$E(\alpha;\ X\emptyset,\ Y\emptyset) = v$$

olarak yazılabilir. Bu eşitlik oyuncuların optimal minimax seçeneklerini kullanmaları ile sağlayacakları kazançlarının minimax beklenen kazanç anlamındadır.

(1) nolu ifade de (aij) ödeme değerleri yerlerine konularak

$$E1=y1(-x1+x2+3x3) + y2(2x1-2x2+4x3) + y3(x1+2x2-3x3)>=v$$

bulunur. Bu eşitsizlikte $Y1 + Y2 + Y3 = 1$ bağıntısı nedeni ile B nin tam strateji ilkesini beneimsemesi yj lerden ikisinin sıfır olduğu üçüncü seçenek 1 olasılıkla benimsenilme halleri için doğrudur. Gerçekten eşitsizlik bütün yj değerleri için geçerlidir. O halde A nın kazançları B oyuncusunun seçeneklerine göre

$$\begin{array}{ll} (y1=1,\ y2=0,\ y3=0) & -x1 + x2 + 2x3 >= v \\ (y1=0,\ y2=1,\ y3=0) & 2x - 2x2 + 4x3 <= v \\ (y1=0,\ y2=0,\ y3=1) & x1 + 2x2 - 3x3 <= v \end{array} \qquad (3)$$

eşitsizlikleri bulunur.

Benzer şekilde (2) nolu ifade ile B nin beklenen kazancı;

$$E= x1(-y1+2y2+y3) + x2(y1-2y2+2y3) + x3(3y1+4y2-3y3) <= v$$

yazılarak aşağıdaki eşitsizlikler elde edilir.

$$\begin{array}{ll} (x1=1,\ x2=0,\ x3=0) & -y1 + 2y2 + y3 <= v \\ (x1=0,\ x2=1,\ x3=0) & y2 - 2y2 + 2y3 <= v \\ (x1=0,\ x2=0,\ x3=0) & 3y1 + 2y2 - 3y3 <= v \end{array} \qquad (4)$$

Ek olarak olasılıkların toplamı kuralını uygulayarak

$$x1 + x2 + x3 = 1$$
$$y1 + y2 + y3 = 1$$

yazılır ve olasılıkların pozitif olma koşulu

$$xi>=0 \qquad (i=1,2,3)$$
$$yi>=0 \qquad (j=1,2,3)$$

bağıntıları ile belirlenir(36).

Yukarıda sıraladığımız (3),(4),(5) ve (6) bağıntılarında bulunan $x1, x2, x3$; $y1, y2, y3$ ve (v) değişkenlerini hesaplamamız gerekir.

Yedi değişken arasında ondört bağıntı vardır. xi ve yj rastgele değişkenlerinin sıfır olmayacağı açıktır, zira tam seçenek bulunamadığı için karma seçeneklerin belirlenmesine çalışmaktayız. Diğer taraftan (3) ve (4) nolu bağıntılarda bulunan eşitsizlik işaretlerinin eşit olarak düşünülmesi halinde xi ve yj lerin kombinasyonlarının sıfır olmaları gerekir. Eşitlik olma hallerini varsayarak bilinmeyenleri çözelim. Bu durumda;

B nin seçeneği	A nın beklenen kazancı
I	$-x1 + x2 + 3x3 = v$
II	$2x1 - 2x2 + 4x2 = v$
III	$x1 + 2x2 - 3x3 = v$

A nın seçeneği	B nin beklenen kaybı
I	$-y1 + 2y2 + y3 = v$
II	$y1 - 2y2 + 2y3 = v$
III	$3y1 + 4y2 - 3y3 = v$

(7)

olasılıkların 1 olması kuralı ise;

$$x1 + x2 + x3 = 1 \quad \text{ve} \quad y1 + y2 + y3 = 1$$

bağıntıları ile yazılır.

(3),(4),(5) ve (6) bağıntılarına göre değerler

---

(36) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s.80.

bulmak, (7) nolu denklemlerden x_i ve y_j değerleri için pozitif çözümler bulmaya bağlıdır. Bu şart, çözüm sonunda sağlanmazsa pozitif çözüm değerleri bulunana kadar eşitsizlikler vasıtası ile (7) de bulunan eşitlik işaretlerinin bazılarını veya birisini eski haline (eşitlik) getirmelidir.

Bu örnekte denklem takımları lineer denklem sistemlerini verdiği için Gauss eliminasyonu, Cramer kuralı, Determinant metodu ve Elemanter işlemler metodlarından biri ile çözülebilir. Bu çözüm;

$$x_1 = 17/46 \qquad y_1 = 14/46$$
$$x_2 = 20/46 \qquad y_2 = 12/46 \qquad v = 30/46$$
$$x_3 = 9/46 \qquad y_3 = 20/46$$

olarak bulunur.

Bulunan değerlere göre A oyuncusu her oyunda 30/46 TL bekleyecektir ve B oyuncusu -30/46 TL kaybedecektir. A birinci seçeneğini 17/46 olasılıkla benimseyecektir. Diğer seçenekler için benzer yorum yapılabilir. Seçeneklerin benimsenilme durumunu şöyle gösterebiliriz:

$$X\left[\frac{17}{46}, \frac{20}{46}, \frac{9}{46}\right] \qquad Y\left[\frac{14}{46}, \frac{12}{46}, \frac{20}{46}\right]$$

2.6.5 Üstün Seçenekler İlkesi

Bazı oyunlarda tarafların seçeneklerini zayıf ve üstün seçenekler olarak ayırmak mümkündür. Sıfır toplamlı iki kişili oyunlarda tepe noktası bulunmadığı zaman ikinci bir kontrol için bir satır veya sütun elemanlarının diğer satır veya sütun elemanlarından büyük veya küçük olmasına bakılır. Bir satırdaki herbir elemanın diğer satırdaki elemandan daha büyük olması, o satırın ilk olarak benimseneceğini gösterir ve üstün seçenek olarak değerlendirilir. Üstün seçeneğin satır elemanlarının karşılaştırıldığı satır elemanlarına, hemen tercih edilen kazanç da olmadığı için "zayıf seçenek" denilir. Sütunlar için de aynı mantık geçerlidir. Demekki zayıf seçenek, tarafların hiçbir zaman benimsemeyecekleri seçeneklerin ödemeler matrisinden elimine edilmesiyle bulunur(37).

Aşağıdaki oyun matrisine üstün seçenekler ilkesini uygulayalım.

B

		I1	I2	I3	I4			
A	S1	25	14	15	32	14	====>	Maximin
	S2	40	17	13	16	13		
	S3	30	5	12	15	5	====>	X1
	S4	1	8	11	3	1	====>	X2
		40	17	15	32			
		X4	Minimax		X3			

(37) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 83.

(4x4) lük ödemeler matrisinde maximin = miniax olduğundan (14 ve 17 değerleri) üstün seçenekler ilkesi ile (2x2) ödemeler matrisi bulunmuştur. Beklenen değer ve kayıplar için ilgili bağıntılar şöyledir.

S(4/5, 1/5, 0,0); I(0, 2/5, 3/5, 0) ===> V=73/5=15

Kısaca ifade edecek olursak; S1,(x) ihtimalle ve S2 (1-x) ihtimalle A oyuncusu tarafından temsil edilecektir. B nin I3 ve I4 seçeneklerinden beklenen kaybını birbirine eşit yazalım.

$$14x + 17(1-x) = 15x + 13(1-x)$$

Aynı şekilde A oyuncusu için;

$$14y + 15(1-y) = 17y + 13(1-y)$$ yazılır.

2.6.6 Grafik Çözüm Tekniği

Oyunun kazanç matrisi 2xm veya nx2 boyutlarında bir matris verdiği oyunlarda oyun değerini grafik çözüm tekniği ile bulmak bizi lineer denklem çözümünden kurtarır. Ayrıca kolaylık sağlar.

örnek: Aşağıda 4x4 lük oyun için grafik metoduyla oyun değerini bulalım.

A		N1	N2	N3	N4		
	S1	19	6	7	5	5	
	S2	7	3	14	6	3	5≠6
	S3	12	8	18	4	4	
	S4	8	7	13	-1	-1	
		19	8	18	6		

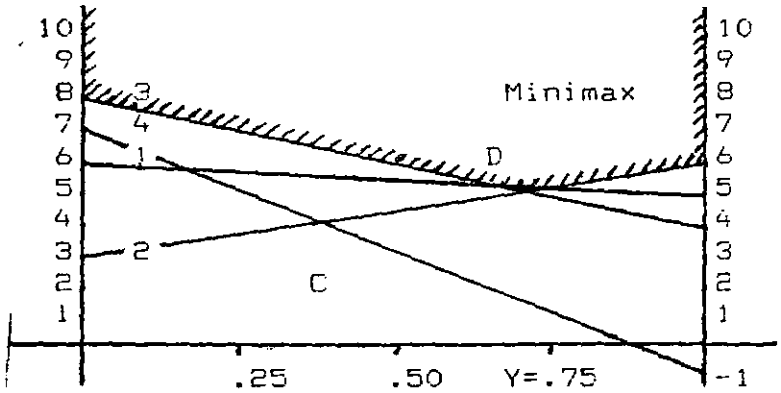
önce tepe noktası kontrolü yapılır. Burada tepe noktası yoktur. üstün seçenekler ilkesi ile ikinci sütunun, 1. ve 3. sütunlara göre üstün olduğu, sütun elamanlarının karşılaştırılması ile bulunur. Karar matrisi 4x2 boyuta indirgenir.

	N2	N4
S1	6	5
S2	3	6
S3	8	4
S4	7	-1

B oyuncusunun 2. sütun ödemeleri

B oyuncusunun 4. sütun ödemeleri

V=21/4



Grafiği inceleyecek olursak, 4. satırın zayıf seçenek veya 3. seçeneğin 4. seçeneğe nazaran üstün seçenek olduğu görülmektedir. III. seçenekte A oyuncusunun en iyi kazancını, yani B kazancını veren D noktasını yansıtmaktadır. Fakat B oyuncusunun 4. seçeneğe gitme imkânı vardır. Ve A, 4 TL kazanır. (E noktası) C noktası ise B oyuncusunun, A nın kazancını en düşük seviyede tutabildiği noktadır. $Y4 = 3/4 = 0.75$ ve $V = 21/4$ olduğu II. ve III. doğrularının kesişme noktası olarak hesaplanarak $Y2 = 1/4$ olur.

B nin beklenen kaybını E2 ile gösterelim. B kaybını daima minumum yapmak isteyecektir. Bu itibarla B nin kaybını minimize etmek için grafikte üst bölge taranmıştır. B nin beklenen kaybı da siyah çizgi ile gösterilmiştir.

A nın seçeneği		B nin beklenen değeri
1	....	$6y2 + 5y4 <= V$
2	....	$3y2 + 6y4 <= V$
3	....	$8y2 + 4y4 <= V$
4	....	$7y2 - y4 <= V$

$y2 + y4 = 1$ $y2 = 1 - y4$ y2, 1 ve 3 yerine konulursa

$6 - y_2 \quad v$

$3 + y_2 \quad v$

bulunur. Denklem çözüldüğünde ;

$y = 3/4 \quad v = 21/4$ ve $y_1 = 1/4$ bulunur. $Y(0,\ 3/4,\ 0,\ 1/4)$

A oyuncusunun beklenen kazanç ifadesindende aşağıdaki bağıntılar yazılır.

B nin seçeneği		A nın seçeneği
2	....	$6X_1 + 3X_2 + 8X_3 + 7X_4 >= V$
4	....	$5X_1 + 6X_2 + 4X_3 - X_4 >= V$

Ayrıca $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$ bağıntısı ile B nin 1. ve 3. seçeneklerine karşılık olan bağıntıları yazmaya ihtiyaç olduğu açıktır. Ama $X_4 = 0$ olduğundan X_1, X_2, X_3 ve V nin hesaplanması gerekir. $V = 21/4$ sonucu kullanılarak yazdığımız denklemler çözülebilir(38).

örneğin: ödemeler matrisi verilen iki kişili-sıfır toplamlı (2x3) oyununu grafik yöntemiyle çözelim.

		B: 1	2	3	
A	I	1	3	11	11
	II	8	5	2	8 ====> Minimax
		1	3	2	
			Maximin		

(38) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 133.

$B \neq 3$ olduğu için tepe noktası yoktur. Dolayısiyle A oyuncusunun seçeneklerine göre B oyuncusunun beklenen kazançları aşağıdaki gibi olur.

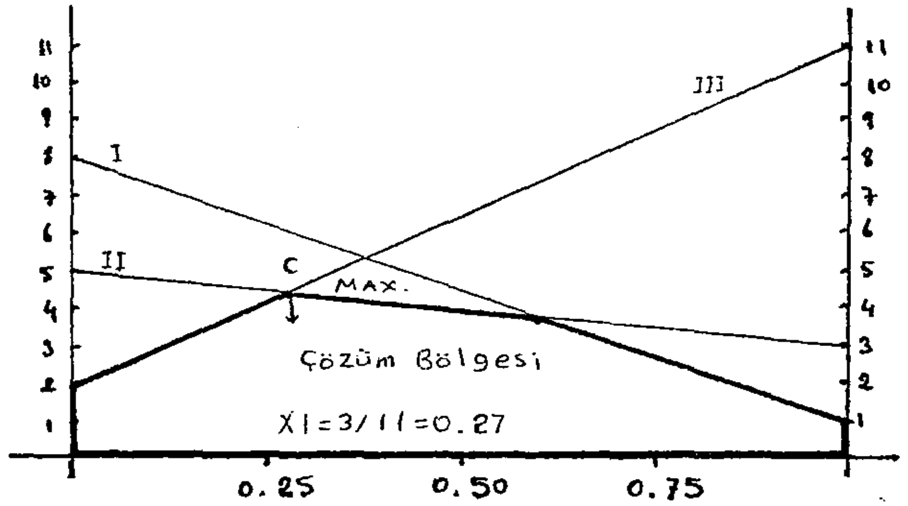
B nin seçeneği	A nın beklenen kazancı
I	$X1 + 8X2 >= V$
II	$3X1 + 5X2 >= V$
III	$11 + 2X2 >= V$

$X1 + X2 = 1$ dir. Buradan $X2=1-X1$ olur. Yerine konulursa

$$
\begin{aligned}
R1:&\quad 7X1 + V <= 8\\
R2:&\quad 2X1 + V <= 5\\
R3:&\quad -9X1 + V <= 6
\end{aligned}
$$

bulunur.

Bu eşitsizlikler ile $0 <= X1 <= 1$ şartı X1 apsiste ve V ordinatta olarak grafikte gösterilebilir. Burada eşitsizlikleri sağlayan bölgenin belirlenmesine dikkat edilmelidir. Mesela; $7X1 + V <= 8$ eşitsizliği önce eşitlik alınarak çözülürse $X1 = 0$, $V = 8$ ve $X1 = 1$, $V=1$ noktaları ile doğru çizilir ve (0,0) orjin noktası değerleri eşitsizlikte yerlerine konulursa $7(0) + (0) <= 8$ yani $0<=8$ gerçeklenir. Dolayısıyla doğru altında kalan bölge çözüm olacaktır. Eşitsizliğin işareti <= olduğu için doğrunun geçtiği noktalarda cevap alabilir.



(X1, V) Çözüm çifti taralı bölge içinde A oyuncusunun en büyük kazancını veren C noktasıdır. Grafikte V=49/11, X=3/11 okunarak X2=8/11 bulunur. Bunu grafikten okuyabilmek için hassas bir çizim gerektirir. A nın seçenekleri [X(3/11, 8/11) ve V=49/11] bilindiğine göre B nin seçenekleri hesaplanabilir(39).

Buraya kadar açıklanan iki kişili sıfır toplamlı oyunlar için çözüm tekniklerini kısaca özetliyelim.

1- Oyunda tepe noktası belirlenir. Tepe noktası yoksa ikinci adıma geçilir.

2- Üstün seçenekler aranır ve zayıf stratejiler elenerek oyun (2xm) veya (mx2) boyutuna inidirgenmeye çalışılır. Eliminasyon sonucu 2xm veya nx2 oyun verirse grafikle çözüm bulunabilir. 2x2 boyutunda olan oyunlar için ise gerekli bağlantıları yazarak çözüm aranır.

---

(39) HALAÇ O., K. Karar Verme Tek., s. 89.

3- Verilen oyunun tepe noktası yoksa ve üstünlük kavramıda oyunu daha küçük bir oyuna indirgeme faydasızsa matris cebiri ve daha büyük oyunlarda doğrusal programlama iyi bir çözüm yöntemi sağlar.

BÖLÜM III

KARAR TEORİSİNDE HİPOTEZ TESTLERİ

Yapılan bir istatistik araştırması sonucu elde edilen değerlerin gerçek veya tahmin değerlerinden farklı olup olmadığı sonucu ile karşı karşıya gelinirse bazı varsayımlar yapmak gerekir. Daha sonra bu varsayımların belli ihtimallerle geçerli olup olmayacağı kontrol edilir. Sonuç olarak başlangıçta ele alınan varsayımlar kabul veya reddedilir. İstatistikde bu kontrol işlemine "varsayımlar testi" denilir. Test sonucu tabii olarak bir karar alınır.

Varsayımlar testinin uygulama alanları çok değişik olabilir. Zıraatta, tıpta, eczacılıkta, fizikte, işletmecilikte, iktisatta vb. alanlarda. Mesela; verimi bilinen ve sürekli kullanılan A tipi gübre yerine, üretici verimi artıran B tipi gübrenin hazırlanmakta olduğunu ileri sürüyor. Yeni gübrenin fiyatıda eskiye göre yüksek olacaktır.

Ancak, yeni gübre için ek yatırımlar gerekmekte ve bu da üreticiyi bu kararı almaya yöneltmektedir. Yani eskisi gibi A tipi gübre mi üretmeli yoksa B tipi gübre üretimine öncelikmi tanımalıdır. Bunun için her iki gübrenin verimi ile ilgili yapılan deneyler ve bilgilerden yararlanarak yeni gübrenin gereken verimi artırıcı niteliklere sahip olup olmadığına karar vermek lazımdır. İşte istatistikçi kendine verilecek bilgiler çerçevesinde bazı varsayımlar yaparak test işlemini tamamlar ve elde ettiği sonuçları karar olarak sorumlulara iletir.

Yapılan bir varsayımın doğruluğu veya yanlışlığı ilgili ana kütlenin tamamının incelenmesi ile mümkündür. Bu durum da imkansızdır. örnekten elde edilecek değerlere dayanılarak varsayımın reddine veya kabulüne karar verilir. Bir varsayımın kabul edilmesi doğru olduğuna işaret etmez. Varsayımların kabul veya reddi ile genellikle ihtimal eşiği, önem seviyesi, bazen de anlamlılık seviyesi adı verilen bir ölçü esas alınır. Bu seviye genelde % 5 veya % 1 gibi ihtimal değerleridir.

Genelde bir problem çözümüne başlamadan önce yapılan varsayıma sıfır varsayımı denilir ki buna göre tahmin ile sonuç arasında bir fark yoktur. Aksi varsayım ise karşıt varsayım olur. Bu iki varsayım arasında gerçek bir fark olduğu öne sürülür.

Belli bir konuda karar almak için, önce sıfır varsayımı açıklanır. Eldeki bilgiler ışığında bu varsayıma test uygulanır ve sonra o varsayım kabul veya reddedilir.

Sıfır varsayımı doğru olduğu halde reddedilirse bir hata işlenmiştir. Aksi durumda yani, sıfır varsayımı yanlış olduğu halde kabul edilirse yine bir hata işlenmiştir. Birincisine 1. tip hata veya α tipi hata, ikincisine de 2. tip hata veya β tipi hata denir. Genelde 1. tip hata kullanılır. Karar vermeden önce mümkün ise ek bilgiler elde edilir(1).

3.1 α ve β Tipi Hatalar:

Testten önce karar kurallarımızı, örnek ortalaması den belirli bir uzaklıkta veya daha uzak ise HO reddedecek şekilde tayin etmişsek, normal eğri X eksenini kesmeyeceğinden bir hata yapma riski daima mevcuttur. Bu riske istatistikte 1. tür hata veya α hatası denilmekte ve ilkönce bu hata belirtilmektedir. Buna aynı zamanda testin anlamlılık düzeyi veya ihtimal eşiğide denir. Bu tür hatalar önceden tespit edildiğinden azaltılabilir. Mesela % 5 yerine % 1 anlamlılık düzeyi kullanılabilir. Bu durumda ise yani doğru bir hipotezin yanlış olarak reddedilmesi ihtimali azalmış olur. Buna karşılık α yı küçültmek ana kütle parametresinden uzak olan örnek istatistiklerini de kabul bölgesi içine dahil etmektir ki buda alternatif hipotezi doğru olduğu hallerde kabul

---

(1) Kenan URAL, **İstatistik ve Karar Alma**, Sermet Matbaası, İstanbul, 1973, s. 205.

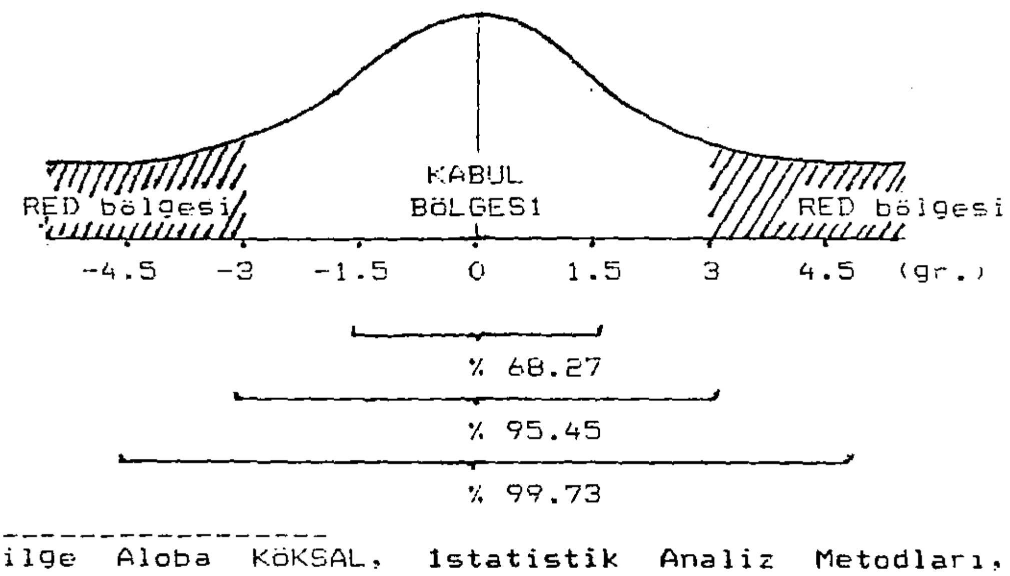
edilmeme riskini artırır. Bir hipotezin yanlış olduğu halde doğru kabul edilmesi ihtimali veya riski istatistikte β hatası veya ikinci tür hata olarak adlandırılır(2).

Konuyu bir örnekle izah edelim:

Bir imalathanede imal edilen malların ağırlıklarının ortalaması 100 gr., standart sapması 12 gr. dır. 64 birimlik bir örnek seçtiğimizde çeşitli anlamlılık düzeyleri için (α hataları için) RED bölgesini hesaplayalım.

$n=64$ $\quad =12$ $\quad \mu=100$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{64}} = 1.5$$



---

(2) Bilge Aloba KÖKSAL, **İstatistik Analiz Metodları**, Basımevi, İstanbul, s. 49.

Şayet anlamlılık düzeyi % 5 ise doğru karara vardığımızdan % 95, anlamlılık düzeyi % 1 ise doğru karara vardığımızdan % 99 emin olabiliriz.

Eğri X eksenini kesmediği için % 100 doğru karar verebilmek mümkün değildir. Yukardaki örnek için;

H0 : μ = 100 gr.
H1 : $\mu \neq$ 100 gr. olursa
H1 : μ < 100 gr. veya μ>100 gr. olur. Yani eğrinin her iki ucunun dikkate alınması gerekir ve $\alpha = \alpha/2 = 0.05/2 = 0.025$ olur.

Red bölgesinin sınırlarına karar verebilmek için z değerinin bilinmesi gerekir. 0.50 - 0.025 = 0.475 (z=0 ile RED bölgesi sınırları arasındaki alan) Bu alanda z=1.96 değerine tekabül eder. Yani($-1.96 < z < 1.96$) z değerine tekabül eder, 64 birim örnek ortalamaları kabul bölgesine girer. 1.96 dan büyük -1.96 dan küçük olanlar ise Red bölgesine girer.

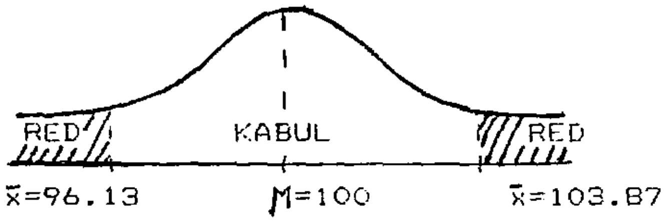
Red bölgesini gram olarak ifade edelim.

1 $\sigma_{\bar{x}}$=1.5 gr.===> $\mp$ 1.96 x 1.5 = $\mp$ 2.94 gr. dan daha uzak olan örnek ortalamaları red bölgesine girer.

μ = 100 gr ise 100 $\mp$ 2.94 = 97.06 gr.;102.94 gr.

Aynı şekilde % 1 güven sınırı içinde red bölgelerini bulabiliriz.

α = 0.01 ==> $\alpha/2$ =0.005 olur. Bu değere tekabül eden z değeri + 2.58 dir. (2.58 x 1.5 = 3.87) olduğundan $100 \mp 3.87 = 96.13$; 103.87



Görüldüğü gibi α hatasını küçültürken μ den uzaklaşılmaktadır. Bu durumda H1 doğru olmasına rağmen HO ın kabul edilmesi ihtimali artmaktadır.

Gerçek μ = 105 gr. σ= 1.5 gr ise hatası 103.87 gr. ın solunda ve ortalaması 105 olan eğrinin altında kalan alana eşit olacaktır.

Buna karşılık α = 0.05 durumunda β hatasını 102.94 gr. ın solunda ve ortalaması 105 olan normal eğrinin altında kalan alan ifade etmektedir.

β hatasının ihtimali de hesaplanabilir. μ=105 gr. σ= 1.5 olduğu varsayılırsa 105 gr ve 103.87 gr arasındaki uzaklık;

105 - 103.87 =1.13 gr.

z=1.13 / 1.5 = 0.753 bu değer alan olarak 0.2734 e tekabül eder (0.7734 - 0.5 = 0.2734). β hatasının ihtimali; (α=0.01 için) 0.5 - 0.2734 = 0.2266 olur.

Buna karşılık α = 0.05 için β hatasının ihtimali;

105 - 102.94 = 2.06 $\qquad$ z= 2.06/1.5 = 1.37

z=0 ve z= 1.37 arasındaki alan 0.4147 olduğuna göre hatasının ihtimali 0.5-0.4147 = 0.0853 olacaktır.

0.0853 < 0.2266 dır.

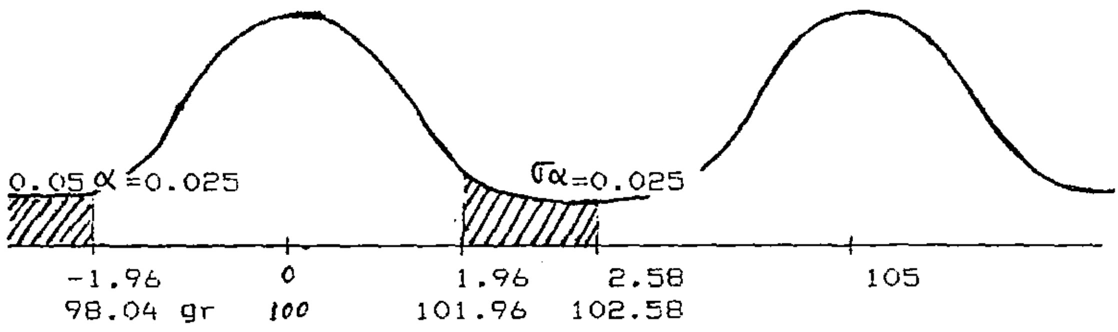
Bu örnekte görüldüğü gibi α hatasının azaltılması ile yanlış karara varma ihtimali azalmaz. Çünkü, α hatası azalırken β hatasının arttığı açıkça görülmektedir. Bir tür hata azaltılırken diğer hatanın artmaması ancak örnek mevcudunun arttırılması ile mümkündür.

Aynı örnekte örnek mevcudunu 64 ten 144 e çıkaralım. Bu durumda σ = 12 olur.

$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n} = 12 / 12 = 1$ $\qquad$ σ = 1.5 den 1 e düşmüş olur. Dolayısıyle bölühmenin değişkenliği de azalır.

α = 0.05 için red bölgesinin sınırları;

100 $\mp$ 1.96 x 1 = 100 $\mp$ 1.96 gr. 98.04 gr<====>101.96 gr.



Görüldüğü gibi örnek mevcudu artınca α için HO KABUL bölgesinin sınırları birbirine yaklaşıyor. Bu durumda seçeceğimiz bir örneğin örnek ortalaması 105 gr olan bir örnekleme bölünmesine aitse α hatasının ihtimali (ortalaması 105 gr olan normal eğrinin 105.96 nın solunda kalan kısmı) azalmış olacaktır.

n = 144 α = 0.05 iken β hatası yaklaşık sıfır olur.

β hatasının gerçek ihtimalini hesaplayalım:

$$z = \frac{105 - 101.96}{1} = 3.04$$

ortalamadan 3.04 standart hatadan daha fazla uzakta, normal eğrinin altında hiç bir bölünüm bulunmayacağından n = 144 durumuna β hatası yapma ihtimali sıfırdır.

Aynı şekilde α = 0.01 için

$100 \mp 2.58 \times 1$ ise 97.42 <------> 102.58 olur.

$$z = \frac{105 - 102.58}{1} = 2.42 \text{ ise buradan } \beta \text{ hatası}$$

yapma ihtimali $0.9922 - 0.5 = 0.4922$

$0.5 - 0.4922 = 0.0078$ olur.

Bu analiz ilgili örnekleme bölümlerinin yukarda belirtilen ortalamalara sahip olması durumunda geçerlidir. Gerçekte ortalama 100 ile 105 gr olan pek çok bölünme olacaktır. Bu itibarla grafikte bu hatayı bertaraf etmek imkansızdır.

Buna rağmen çeşitil hipotezlere göre β hatalarının ihtimalleri hesaplanarak belirli hipotez testlerinin bu hata üzerindeki etkileri ölçülebilir.

x ekseninde gerçek ana kütle ortalamaları, y ekseninde β hatalarının ihtimalleri gösterilerek oluşturulan eğriye OC (Operating Charecteristic) eğrisi denir. Bu eğri örnek mevcudunun araştırılmasında araştırmalara yardımcı olur.

3.2. İstatistik Hipotez Testinin Safhaları

3.2.1. Sıfır Hipotezi ve Alternatif Hipotezinin Belirlenmesi

İstatistik kararları testlerin sonucunda verileceği için önce test edilecek hipotez belirlenmelidir. Sıfır hipotezi reddedilince alternatif hipotez kabul edilir.

3.2.2. Testin Anlamlılık Düzeyinin (α nın) Seçilmesi

Testi yapanın α ve β hatalarının verdiği önem ve seçiminde rol oynamaktadır. Bununla birlikte α ve β değerleri testin başında verilmektedir ve bu değer genelde α için 0.05 ve 0.01 olmaktadır.

3.2.3. Red (Kritik) Bölgenin Tesbiti

Testin anlamlılık düzeyinin seçilmesi ile red bölgeside belirlenmiş olur. Alternatif hipotezin sıfır hipotezden farkı, küçük, büyük oluşuna göre testler, tek veya çift taraflı olur. Kritik bölgelerin sınırları gerçek değerlerle veya z değerleri ile ifade edilir. Buna göre şu tabloyu yapabiliriz.

α	0.10	0.05	0.01	0.005	0.002
Tek Taraflı	$\mp$ 1.28	$\mp$ 1.645	$\mp$ 2.33	$\mp$ 2.58	$\mp$ 2.88
Çift Taraflı	$\mp$ 1.645	$\mp$ 1.96	$\mp$ 2.58	$\mp$ 2.81	$\mp$ 3.08

3.2.4. Test İstatistiğin Hesaplanması

İstatistik karar, ileri sürdüğümüz sıfır hipotezi ile örneklerden elde edilmiş olan ortalama oran vs. gibi istatistiklerin mukayesesi sonucu verileceğine göre, bu mukayeseyi yapmamızı sağlayan ve sıfır hipotezi ile örnek ortalaması arasındaki farkı standart hata birimleri ile ifade eden bir ölçüye ihtiyaç vardır. Bu ölçü "test istatistiği" olarak tanımlanır. Ortalamalarla ilgili testler söz konusu olduğu zaman;

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$$

formülü kullanılır.

3.2.5. İstatistik Kararın Verilmesi

Test istatistiğin yardımı ile hesaplanan z değerinin RED veya KABUL bölgesinden birinin içinde bulunması sonucu, H_0 kabul veya Red edilecektir.

3.3. Ortalamalarla İlgili Hipotez Testleri

3.3.1. İki Taraflı Testler

Örneğin; Bir bölgedeki ailelerin yıllık ortalama gelirlerinin 1.68 milyon TL olduğu tahmin edilmekdedir. Bu bölgeden tesadüfi olarak seçilen 100 ailenin yıllık gelir ortalaması 1.59 milyon TL ve st. sapma. 14 milyon TL olarak hesaplanmıştır. Bölgedeki alilelerin yıllık ortalama gelirlerinin 1.68 milyon TL olduğunu 0.01 anlamlılık düzeyi için söyleyebilirmiyiz?

ÇÖZÜM: Problemi aşama aşama çözelim.

a) HO: $\mu = 1.68$ Milyon TL

H1: $\mu \neq 1.68$ Milyon TL

$n = 100$ aile

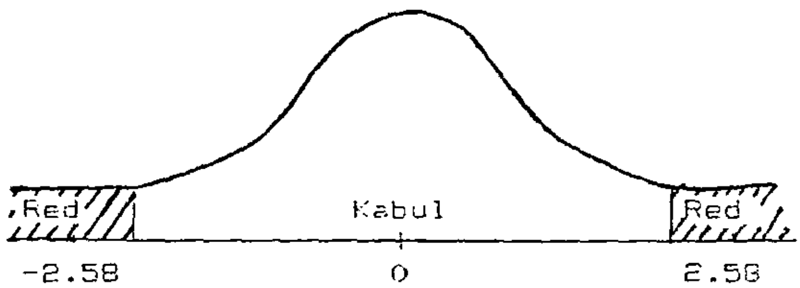
$\bar{x} = 1.59$ Milyon TL

$\sigma_{\bar{x}} = 0.14$ Milyon TL

b) $\alpha = 0.01$ dir.

c) Kritik bölgeyi tayin edelim: Çift taraflı bir testtir.

$z = \mp 2.58$ nin dışında kalan bölgeler kritik bölgelerdir.



d) Test istatistiği hesaplıyalım:

n > 30 olduğundan s = 0.14 standart hatanın bulunmasında kullanılır.

$$z = \frac{1.59 - 1.69}{\frac{0.14}{\sqrt{100}}} = \frac{-0.09}{0.014} = -6.429$$

$$-6.429 < -2.58 \text{ dir.}$$

- 6.429 değeri - 2.58 değerinin dışında olduğundan anlamlıdır. Yani, H$\emptyset$ hipotezi RED, alternatif hipotez (H1) kabul edilir.

3.3.2. Tek Taraflı Testler

Bazan araştırmacı ana kütle ortalamasının belirli bir asgari değere sahip olup olmadığı sorunu ile ilgilenebilir. Mesela; imal edilen bir tür cam eşyanın ısıya mukavemetinin en az 105 °C olması gibi. Bu durumda kritik bölge normal eğrinin sol ucunda yer alır.

Örneğin; bir konserve fabrikasında imal edilen ve üzerinde brüt 500 gr. yazan konserve domates salçaları ile ilgili bir sondaj sonucunda, 196 kutunun ağırlık ortalamasının 496 gr. ve st. sapmasının 18 gr. olduğu hesaplanmıştır. α = 0.01 için, fabrikada imal edilen salçaların ortalama ağırlıklarının 500 gr.dan az olduğunu söyleyebilirmiyiz (3).

---

(3) KÖKSAL A. B., a.g.e., s. 258.

ÇÖZÜM: H0: $\mu = 500$ gr.

H1: $\mu < 500$ gr. (tek taraflı bir test)

$n = 196$ kutu

$\bar{x} = 496$ gr.

$\sigma_{\bar{x}} = 18$ gr.

$\alpha = 0.01$ için RED bölgesi $z = -2.33$'ün solundaki alandır.

$$z = \frac{496 - 500}{\frac{18}{\sqrt{196}}} = \frac{-4}{+1.28} = -3.11$$

$-2.33 > -3.11$ den. Dolayısıyle bu nokta (-3.11) RED bölgesindedir. Dolayısıyle fabrikanın mamüllerinin ağırlık ortalamasının 500 gr. dan az olduğu söylenebilir.

örneğin; bir fabrikanın halen kullanmakta olduğu tezgah saatte 135 parça imal edebilmektedir. Yeni bir tip tezgahın, çalışması esnasında tesadüfi olarak seçilen 36 saat içinde ortalama 138 parça imal ettiği ve st. sapmanın 10 parça olduğu tesbit edilmiştir. = 0.01 düzeyi için yeni tezgahın diğerinden üstün olduğunu söylebilirmiyiz (4).

ÇÖZÜM: H0: $\mu = 135$ parça $\bar{x} = 138$

H1: $\mu = 138$ parça $n = 36$

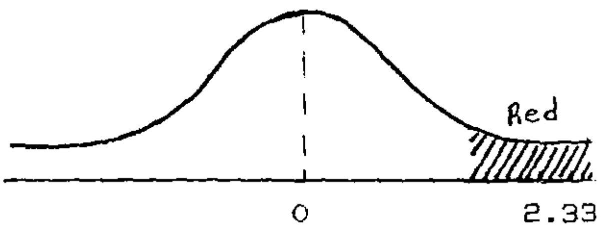
$\sigma = 10$ $\alpha = 0.01$

---

(4) KÖKSAL A. B., a.g.e., s. 259.

$$z = \frac{138 - 135}{\frac{10}{\sqrt{36}}} = \frac{3}{1.6} = 1.8$$

1.8 < 2.33 olduğundan HO hipotezi kabul edilir.



3.3.3. Ortalama Farklarıyla İlgili Hipotez Testleri

Şimdiye kadar farkların örnekleme bölünmesini ve anakütle parametreleri arasındaki farklarla ilgili tahminlerin nasıl yapıldığını inceledik. Burada ise gene aynı kavramdan hareket ederek birbirinden bağımsız olarak seçilmiş iki örneğe ait ortalamalar arasındaki farkın tesadüfi olarak mı, yoksa ortalamaları farklı iki ayrı ana kütleden geldiklerinden mi ileri geldiği hakkında bir karara varmaya çalışacağız. Yani bulunan değerin istatistiki açıdan önemli olup olmadığına bakacağız.

Ortalama farklarının standart hatası;

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n1} + \frac{\sigma_2^2}{n2}}$$

formülü ile bulunur.

$n \geq 30$ olduğunda $\overline{X1} - \overline{X2}$ nin bölünmesi normale uymaktadır. Ve σ yerine s kullanılabilir.

Sıfır hipotezi olarak $\mu_1 = \mu_2$ veya $\mu_1 - \mu_2 = 0$ olduğunu ileri sürersek;

$$z = \frac{X1 - X2}{\sqrt{\dfrac{s1^2}{n1} + \dfrac{s2^2}{n2}}}$$ olur.

Hesaplanan z değeri önceden belirlenen kritik bölgede bulunduğu taktirde farkın istatistik açıdan önemli olduğu ve HØ hipotezinin reddi gerektiği ortaya çıkar. Test tek veya çift taraflı olabilir.

Alternatif hipotez $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$\mu_1 - \mu_2 < 0$ veya $\mu_1 - \mu_2 > 0$

şeklinde olabilir.

örneğin; bir otomobil fabrikası imal ettiği otomobiller için lastik satın alacaktır. A marka lastiklerin B marka lastiklerden daha dayanıklı olduğu ileri sürüldüğünden fabrika bu iddianın doğruluğunu test edecektir. Bu amaçla tesadüfi olarak seçilmiş 120 adet A marka lastik ile 120 adet B marka lastiğin eşit şartlar altında dayanıklıkları ölçülmüştür. Test sonucu A marka lastiklerin ortalama ömürleri 42000 km. ve st. sapması

3000 km. olarak hesaplanmıştır. % 5 hata payı ile A marka lastiklerin B marka lastiklerden daha dayanıklı oldukları söylenebilirmi (5)?

$n1 = 120 \qquad n2 = 120$

$x1 = 42000$ km $\qquad x2 = 40500$ km

$s1 = 2500$ km $\qquad s2 = 3000$ km

$\alpha = 0.05$ ile A marka lastikler B marka lastiklerden daha dayanıklımıdır? (Tek taraflı hipotez).

$H0: \mu_A = \mu_B$ veya $\mu_A - \mu_B = 0$

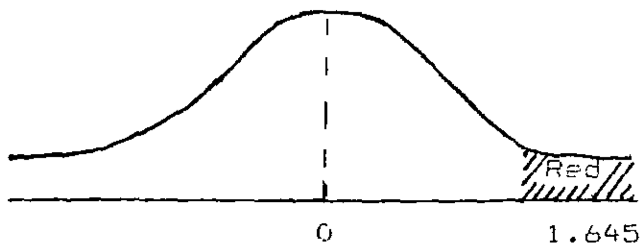
$H1: \mu_A - \mu_B > 0$

$$z = \frac{42000 - 40500}{\sqrt{\dfrac{2500^2}{120} + \dfrac{3000^2}{120}}} = \frac{1500}{52083 + 75000} = \frac{1500}{127083}$$

$z = 4.21$

$z > 1.645$ olduğundan H0 reddedilir.

Yani A lastikleri daha dayanıklıdır.



(5) KÖKSAL A. G., a.g.e., s. 261.

3.4. Oranlarla İlgili Hipotez Testleri

3.4.1. örnek Oranı ile İlgili Testler

Bu testler örnek oranının (p'nin) belirli bir ana kütleye ait olup olmadığı ile ilgilidir. Burada örnekten elde edilen bilgilerle ve belirli bir hata payı ile ileri sürülen bir hipotezin (Mesela Π = % 30) doğruluğu araştırılır. Alternatif hipotez, Π = % 30, Π > % 30 veya Π < % 30 olarak belirlenebilir.

Ortalama testlerdeki kritik bölge sınırlarının değerleri buradada geçerlidir.

Oranların örnekleme bölümünün standart hatası;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Pi (1 - \Pi)}{n}}$$

formülü ile bulunur.

Kullanılacak test istatistiğinde;

$$z = \frac{P - \Pi}{\sigma_p} \quad \text{veya} \quad z = \frac{P - \Pi}{\sqrt{\frac{\Pi (1 - \Pi)}{n}}} \quad \text{olur.}$$

örneğin; bir fabrikanın mamüllerinin % 10 unun kusurlu olduğu bilinmektedir. İmalat arasından tesadüfi olarak seçilen 100 parça arasından 15'inin kusurlu olduğu müşahade edilmiştir. % 5 hata payı ile fabrikanın mallarının % 10 undan fazlasının kusurlu olduğunu söyleyebilirmiyiz (6).

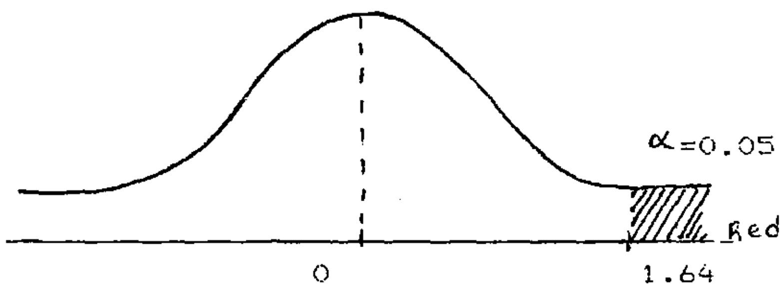
H0: $\Pi = 0.10$ $\quad n = 100$

H1: $\Pi > 0.10$ $\quad P = 0.15$

$\alpha = 0.05$

Fabrikada imal edilen malların % 10'undan fazlasının kusurlu olduğunu söylebilirmiyiz?

$$z = \frac{0.15 - 0.10}{\sqrt{\dfrac{0.10\ (1 - 0.10)}{100}}} = \frac{0.05}{\sqrt{0.0009}} = 1.66$$



1.64 < 1.66 olduğundan mamüllerin % 10'undan fazlasının kusurlu olduğu hipotezi kabul edilir. H1 reddedilir.

---

(6) KÖKSAL A. B., a.g.e., s. 263.

3.4.2. Oran Farklarıyla İlgili Hipotez Testleri

n1 ve n2 mevcutlu iki büyük örneğe ait oranları P1 ve P2 olarak belirtmek suretiyle ana kütle oranları (Π ve Π) arasında bir fark bulunmadığı HO, teste tabi tutulur. Burada iki örneğin aynı ana kütleden gelip gelmediği araştırılır. Oran farklarının standart hatası;

$$\sigma_{P1-P2} = \sqrt{\sigma_{P1}^2 + \sigma_{P2}^2} = \sqrt{\frac{\Pi_1(1-\Pi)}{n1} + \frac{\Pi_2(1-\Pi)_2}{n2}}$$

olur.

$\Pi = \Pi = \Pi$ durumunda oran farklarının örnekleme bölünümü yaklaşık olarak normal olacaktır. Bu bölünümün aritmetik ortalaması ve standart sapması;

$$\mu_{p1-p2} = 0$$

$$\sigma_{p1-p2} = \sqrt{\Pi(1-\Pi)(1/n1 + 1/n2)}$$

$$\Pi = \frac{n1\ p1 + n2\ p2}{n1 + n2}$$

Test tekniği olarak;

$$z = \frac{p1 - p2 - 0}{\sigma_{p1-p2}} = \frac{p1 - p2}{\sigma_{p1-p2}}$$

Standart değerleri kullanarak oranlar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirli α düzeyleri için test edebiliriz.

örneğin; A ve B şehirlerinden tesadüfi olarak seçilmiş 200 ve 250 şer seçmenlik örnekler yardımıyla yapılan araştırmada A örneği içinde X partisini destekleyenlerin oranının % 60 ve B örneği içinde X partisini destekleyenlerin oranının % 52 olduğu tesbit edilmiştir. Bu verilere dayanarak % 5 anlamlılık düzeyi için A ve B şehirleri oranları arasındaki farkın anlamlı olduğunu söyleyebilirmiyiz (7).

$n1 = 200 \qquad n2 = 250$

$p1 = \%\ 60 \qquad p2 = \%\ 52$

α = 0.05 için A ve B şehirleri oranları arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını söyleyebilirmiyiz?

H1: II = II

H2: II = II

$$II = \frac{200\ (0.60) + 250\ (0.52)}{200 + 250} = \frac{250}{450} = 0.556$$

$$V_{p1-p2} = \sqrt{0.556\ (1 - 0.556)\ (\ 1\ /\ 200 + 1\ /\ 250)}$$

$$= \sqrt{(0.247)\ (0.009)} = \sqrt{0.0022} = 0.047$$

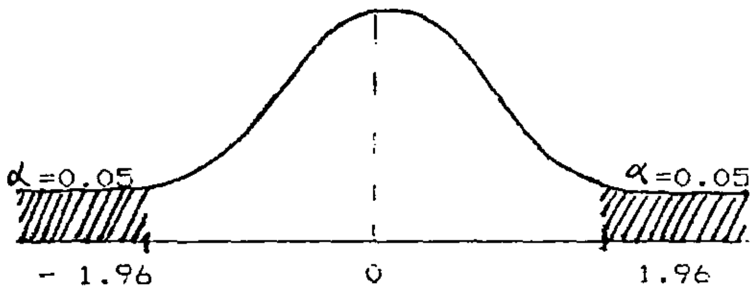
---

(7) KÖKSAL A. B., a.g.e., s. 267.

$$z = \frac{p1 - p2}{p1 - p2} = \frac{0.60 - 0.52}{0.047} = \frac{0.08}{0.047} = 1.7$$

H1: $\Pi \neq \Pi$ olduğundan test için taraflıdır.

1.7 < 1.96 olduğu için red bölgesindedir. H0 reddedilir. Yani, şehirler arasında anlamlı bir fark yoktur.



3.5. Küçük önreklerle İlgili Hipotez Testleri

z istatistiğinin yerine t istatistiğinin kullanılmasıyla karar teorisini küçük örneklerle ilgili problemlere de tatbik etmek mümkündür. Dolayısıyla küçük örneklerden elde edilen istatistiklerle bu örneklerin belirli parametrelere sahip ana kütlelerden gelip gelmedikleri test edilebilmektedir. Küçük örneklerle ilgili oran testlerde t bölünmesi tatbik edilmemekte ve binom bölünmesi kullanılmaktadır.

3.5.1. Ortalamalarla İlgili Hipotez Testleri

Bölünmesi normale uyan bir ana kütlenin ortalamasının (μ 'nün) belirli bir değere eşit olduğu sıfır hipotezinin testi için t istatistiği;

$$t = \frac{X - M}{s} \times \sqrt{n - 1}$$

olarak belirlenir. Kçük örneklerde (n <30) ilgili hipotez testleri tek veya çift taraflı olarak tatbik edilmektedir. Burada dikkate edilecek husus, örneğe ait olduğu ana kütlenin bölünmesinin normal veya normale yakın olması gerektiğidir.

örneğin; bir paketleme fabrikasının yaptığı paketlerin ağırlıklarının ortalama 2.5 kg.mı geçmemesi istenmektedir. Makinanın yaptığı paketler arasından tesadüfi olarak seçilmiş 10 paketin ortalama ağırlığı 2.7 kg ve st. sapma 0.4 olarak tesbit edilmiştir. Bu verilere dayanarak % 5 ve % 1 anlamlılık düzeylerinde makinanın yaptığı paketlerin ortalama ağırlıklarının 2.5 kg. olduğu söylenebilir mi (8).

ÇÖZÜM: μ = 2.5 kg. = 0.05

n = 10 = 0.01

$\bar{x}$ = 2.7 kg s = 0.4

---

(8) KÖKSAL A. B., a.g.e., s. 281.

Bu test, tek taraflı bir testtir.

$H : \mu = 2.5$ kg

$H : \mu > 2.5$ kg $\qquad V = n - 1 = 10 - 1 = 9$

% 5 tek taraflı test için kritik t değeri, 1.83 tür.

$$t = \frac{X - M}{s} \times \sqrt{n - 1}$$

$$= \frac{2.7 - 2.5}{0.4} \times \sqrt{9}$$

$$= \frac{0.2}{0.4} \times 3 = 1.5$$

1.5 < 1.83 olduğundan HO kabul edilecektir.

% 1 güven sınırı için t değeri, $t_{.99} = 2.82$

örneğimizin ortalaması 2.5 kg. olan bir kütleye ait olduğunu söyleyebiliriz.

3.5.2. Ortalama Farklarıyla İlgili Hipotez Testleri

Farklarla ilgili testler iki çeşittir. Bunlar, bağımsız örneklerle ilgili olanlar ve bağımlı örneklerle ilgili olanlardır. İki ayrı makinanın ürettiği parçaların boyutları veya iki ayrı öğrenci grubuna ait notlar bağımsız gözlemlere örnek olarak verilebilir. Buna karşılık tarımsal verimlilik veya belirli ilaçların ve metodların etkinliği ölçülürken aynı birimler üzerinde ölçüm yapıldığı takdirde, tatbikattan önce ve sonra elde edilen gözlemler birbirinden bağımsız olmayacaktır.

3.5.2.1. Bağımsız örneklerle İlgili Testler

İki ayrı örneğin aynı ortalamaya sahip ana kütleye ait olup olmadığını araştırırken z değerlerini kullanıyorduk. Yalnız burada n değeri büyük idi. n'in küçük olması durumunda ise t bölünmesinden yararlanılmaktadır. Fakat t bölünmesinin kullanılabilmesi için örneklerin geldiği ana kütlelerin bölünmelerinin normal, normale çok yakın olması ve standart sapmalarının da birbirine eşit olması gerekmektedir.

Küçük ve bağımsız örneklere ilişkin testlerde kullanılan test istatistiği şöyledir:

$$t = \frac{X1 - X2}{\sigma \sqrt{1 / n1 + 1 / n2}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{n1\ s1^2 + n2\ s2^2}{n1 + n2 - 2}}$$

Serbestlik derecesi V= n1 + n2 - 2 olduğu durumda t bölünmesine uymaktadır.

Örneğin; bir deneysel matematik dersi programı için kaabiliyetleri eşit olan 15'er kişilik iki grup öğrenci seçilerek bu gruplardan birbirine yeni diğerine standart metodlar tatbik edilmiştir. Programın sonunda her iki gruba verilen testte, deneysel grupta not ortalaması X1 = 78 ve st. sapma 3.5 kontrol grubunda ise not ortalaması X2 = 75 ve st sapma 2.8 olarak bulunmuştur. Diğer değişkenlerin sabit tutulduğu varsayımı altında iki grup arasındaki farkın istatistik önem taşımadığı hipotezini % 1 anlamlılık düzeyinde test ediniz (9).

$n1 = 15 \qquad X1 = 78 \qquad s1 = 3.5$

$n2 = 15 \qquad X2 = 75 \qquad s2 = 2.8$

% 1 anlamlılık düzeyi için;

H0: $\mu = \mu 2$ (aradaki fark tesadüfidir)

H1: $\mu 1 > \mu 2$ (yeni metod etkilidir).

$$\sigma = \sqrt{\frac{15\ (3.5) + 15\ (2.8)}{15 + 15 - 2}} \qquad t = \frac{78 - 75}{3.28 \sqrt{1 / 15 + 1 / 15}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{183.75 + 117.6}{28}} \qquad t = \frac{3}{1.197}$$

$$\sigma = \sqrt{10.76} \qquad t = 2.50$$

$$\sigma = 3.28$$

---

(9) KÖKSAL A. B., a.ğ.e., s. 283.

$V = 15 + 15 - 2 = 28$

% 1 için $t_{.99} = 2.467$ $\qquad 2.467 < 2.50$

Bulduğumuz t değeri (t=2.50) red bölgesi içerisindedir. HØ reddedilir. Testimiz % 5 anlamlılık düzeyinde test edilseydi t = 1.71 bulunacaktı. HO yine reddedilecekti. Demek ki aradaki fark önemlidir.

3.5.2.1. Bağımlı örneklerle İlgili Testler

Bağımlı durumdaki gözlemler aynı birime aittir. Yapılan anlamlılık testi de bir tatbikatın etkili olup olmadığını ölçmeye yöneliktir. Testin yapılabilmesi için tatbikat öncesi ve sonrası gözlemler arasındaki cebırsel farklar tesbit edilerek bu farkların aritmetik ortalaması ve standart sapması hesabedilir. di ile farkları gösterirsek;

$$d = \frac{\sum di}{n} \qquad (n = \text{fark sayısı})$$

$$sd = \sqrt{\frac{\sum (d - di)^2}{n - 1}}$$

Farkların örnekleme bölünüm standart hatası ise;

$$s\bar{d} = \frac{\sum d}{\sqrt{n}}$$

ile bulunur. Farkların örnekleme bölünümü t bölünümüne uyduğundan,

$$t = \frac{\bar{d} - 0}{s\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{s\bar{d}}$$

istatistiği başarılı bir şekilde kullanılabilir.

Örneğin ; 8 kişilik bir sekreter grubu bir ek kursa tabi tutularak önceki ve sonraki performanları sayfa başına yaptıkları daktilo hatası sayısına göre ölçülmüştür. Deneyin sonuçları tablo 2 de verilmiştir. Bu verilere dayanarak .05 hata payı ile ek kursun olumlu yönde etkili olup olmadığını araştıralım:

Tablo 2

Sekreterler	önce	Sonra	d(önce-sonra)	d-d	(d-d)
1	4	3	+ 1	.625	.390625
2	2	4	− 2	− 1.625	2.640625
3	6	5	+ 1	.625	.390625
4	3	4	− 1	− .625	.390625
5	7	6	+ 1	.625	.390625
6	4	2	+ 2	1.625	2.640625
7	2	4	0	− .375	.140625
8	3	2	+ 1	.625	.390625
			$\sum d=3$		$\sum = 7.375$

Farkların ortalaması, $\bar{d} = \dfrac{di}{n} = \dfrac{3}{8} = 0.375$

Farkların st. sapması, $Sd = \sqrt{\dfrac{(d-\bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\dfrac{7.375}{7}} = 1.0264$

d'nin standart hatası, $S_{\bar{d}} = \dfrac{1.0264}{7} = 0.3879$

Sıfır ve alternatif hipotez;

$H0 : D = 0$

$H1 : D > 0$ olur.

Çünkü; kursun etkili olması halinde önceki hataların daha fazla olmasının, aksi halde ise farkların ortalamasının sıfıra yakın olmasının beklenmesidir. Buna göre t istatistiği;

$$t = \frac{0.375}{0.3879} = 0.9666$$

V=8-1 = 7 ve tek taraflı test için t=1.90 olduğundan hesaplanan t değeri kabul bölgesindedir. Dolayısiyle sıfır hipotezi kabul edilir. Buradan da verilen kursun etkili olmadığının ispatlandığı sonucuna varırız.

SONUÇ

Çağımızın hızla gelişen şartları içerisinde işletme yöneticilerinin en büyük sorunu, karşılaştıkları problemleri aynı hızda ve yerinde çözüme kavuşturamamalarıdır. Günümüzde teknolojinin sürekli ilerleme göstermesi, yöneticileri karar verme konusunda kantitatif teknikleri uygulama yollarına girmeyi kaçınılmaz hale getirmiştir. Bu itibarla işletme kararlarının alınmasında birtakım modellere, sistem analizlerine başvurulmaktadır. özellikle bilgisayarların işletmelere girmesiyle verilerin derlenip ilgili yerlere hızla ulaştırılabilmesi yönetimde büyük kolaylıklar sağlamıştır.

Bütün bunlara rağmen işletme yönetimindeki risk payı tamamen ortadan kaldırılamamıştır. Bunun sebebi ise çalışmamızın başında da ifade ettiğimiz gibi, karşılaşılan problemlerin niteliksel özellikler taşıması ve bu problemlerin niceliksel tekniklerle giderilememesidir.

Işletme yönetiminde elde edilmiş bilgilerin ve tecrübelerin önemi oldukça fazla olmasına rağmen, bilhassa çağımızda hızla büyüyen sahiplikle yöneticiliğin ayrıldığı işletmelerde oldukça karmaşık bir durum alan problemlerin çözümü alışılagelmiş tekniklerle mümkün olmamakta ölçmeye, deneye, sağlam verilere dayanan tekniklerin kullanılması zorunlu olmaktadır.

İşletme problemlerinin çözümünde problemin küçültülerek, sınırları belirlenerek daha objektif bir bakış açısı içerisinde ele alma diyebileceğimiz model kavramı bize oldukça yeni avantajlar getirmektedir. Çünkü problem hemen hemen her yönüyle ele alınabilmektedir. Durum böyle olunca getirilecek çözüm yolları da daha kapsamlı olabilmektedir.

Belirlilik halinde karar vermede herhangi bir seçim sözkonusu değildir. Ancak belirsizlik ve risk halinde alternatiflerin çokluğu farklı olacağından karar verme sözkonusu olacaktır. Maliyetle ilgili bir kararda en düşük maliyeti sağlayacak alternatifte karar kılınırken kârla ilgili bir durumda en yüksek kârı sağlayacak alternatif seçilir. Bu seçim işi ise kâr veya zarar matrisleri ile yapılır. Bu matrislerde karar kuralları olarak minimax, maximin, maximax, hurwicz, laplace ve bayes karar kuralları kullanılabilir. Biz bu çalışmamızda bu kuralların nasıl ve hangi şartlar altında uygulandığını açıklamaya çalıştık.

İşletmelerde yukarıda saydığımız kurallar rasyonel olarak kullanılırsa zararın asgariye indirilmesi ve kârın azamileştirilmesi daha da kolay olacaktır.

Çalışmamızda ele aldığımız Oyun Teorisi konusu ise yöneticinin bakış açısını daha da genişletmektedir. Çünkü bu teoride birden fazla rakip işletme sözkonusudur. Rakiplerin hareket tarzları karşı işletmenin hareket tarzını etkilemektedir. İşletme yöneticileri oyun teorisiyle rakipleri karşısında nasıl davranacağını daha iyi ayarlayabilir.

İşletmenin hedeflediği bir amaca ulaşması elbette istenilen bir durumdur. Ancak hedefin ulaşılabilir olup olmadığı birçok ihtimalin göze alındığı hipotez testlerinde rahatlıkla görülebilmektedir. Hipotezimizin kabul veya red bölgesinde yer alması kararımızın yönünü belirlemede faydalı olacaktır.

Çalışmamızda ele aldığımız ve yukarıda da kısaca bahsettiğimiz konular günümüz işletme yöneticileri için oldukça gereklidir. Ancak araştırmalarımız neticesinde tesbit ettiğimiz sonuca göre; çoğu işletmelerde kararlar hissi ve tahmini bir tarzda alınmaktadır. Bunun neticesi olarakta bazı işletmeler büyük kayıplar verebilmektedir. Bu durumun önlenmesi için işletme yöneticilerinin karar verme tekniklerini iyi bilmelerinde büyük faydalar bulunmaktadır.

Bibliyografya

AKMAN Naim, Karar ve Tercih Teorisi Dersi Yüksek Lisans Ders Notları, Malatya, 1986.

AKMUT Özdemir, Proje Planlaması ve Kontrol Yöntemleri, Erzurum, A.Ü. Basımevi, 1986.

AŞKUN, İ. Cem, "Karar Almada Nicelikli Araç ve Yöntemler", **Eskişehir İTİA Dergisi**, Cilt 9, Sayı 1, 1973, s. 1.

BAĞIRKAN, Şemsettin, "Karar Verme Kavramı ve Uygulamaları" **İstanbul İTİA Dergisi**, Sayı 1, 1977, s. 135.

BIERMAN vd., İşletme Kararlarının Alınmasında Kantitatif Analiz, Erzurum, İşletme Fakültesi Arş. Enst., 1981.

BIRCAN, Bülent, "Karar Verme ve Tam Belirsizlik Ortamında Uygulama Karar Kriterleri", **İşletme Fakültesi Dergisi**, Cilt 13, Sayı 2, 1984, s. 45

CAN Halil vd., İşletme ve Yönetim, Ankara, Aslımlar Matbaası, 1984.

CEMALCILAR İ. vd., İşletmecilik Bilgisi, Eskişehir, A.Ü. Yayınları, 1983.

DİLEK, Şener, "Simülasyon Metodunun Finansal Planlamada Kullanılması", **İşletme Dergisi**, Cilt 4, Sayı 1-2, 1979, s. 23.

ERDEN, Emir, "Sistem Yaklaşımı ve Pazarlama Yönetimindeki Rolü", **İşletme Dergisi**, Cilt 4, Sayı 1-2, 1979, s. 283.

EROL Eren, İşletmelerde Stratejik Planlama, İstanbul, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yönetim ve Organizasyon Enstitüsü Yayını, 1979.

ERTÜRK, Halis, "İşletmelerde Karar ve İstatistiki Karar Teorileri", **Bursa İTİA Dergisi**, Cilt 2, No: 1, 1973, s. 385.

ESİN Alptekin, Temel İstatistiğe Giriş (Ders Notları), Malatya, İnönü Üniversitesi Yayınları, 1986.

ESİN Alptekin, Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri, Ankara, G.Ü. B.Y.Y.O. Basımevi, 1984.

GÜRDOĞAN Nazif, Üretim Planlamasında Doğrusal Programlama ve Demir Çelik Endüstrisinde Bir Uygulama, Ankara, A.Ü. SBF Yayınları, 1981.

GÜRTAN, Kenan/ ERSOY, M.Şakir, "Yöneylem Araştırmalarında İstatistik Metodunun ve İstatistik Veri Hatalarının Yeri ve önemi", **İşletme Fakültesi Dergisi**, Cilt 10, Sayı 2, 1981, s. 1.

HALAÇ Osman, Kantitatif Karar Verme Teknikleri, İstanbul, Arpaz Matbaası, 1983.

HALAÇ Osman, Entegre Demir Çelik Üretim Sistemlerinin Optimizasyonu İçin Geliştirilmiş Bir Model, İstanbul, Yayınlanmamış Doçentlik Tezi, 1977.

İDİL Orhan, Örnekleme Teorisi ve İşletme Yönetiminde Kullanılması, İstanbul, Fatih Yayınevi Matbaası, 1980.

KAYE, Elementary Quantitative Techniques For Business Problem Solving, California, Dickenson Puplishing Company, Inc., Belmont, 1969.

KÖKSAL Aloba B., İstatistik Analiz Metodları, İstanbul, Çağlayan Basımevi, 1985.

LIONEL Weus, Statistikal Decision Problems, New York, Mc Graw - Hill, 1961.

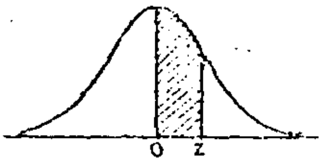
DILL, William R., "Yönetsel Karar Alma Çeşitleri "(Çeviren CENGİZ Sadef A.), **İşletme Dergisi**, Cilt 4, Sayı 1-2, 1979, s. 117.

TOSUN Kemal, İşletme Yönetimi, İstanbul, Mars Yayın ve Dağıtım Ltd. Şrt., 1984.

URAL Kenan, İstatistik ve Karar Alma, İstanbul, Sermet Matbaası, 1973.

EK I

Standard Normal Eğri Alanları



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	1881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Tablodaki değerlerden herbiri normal eğrinin altında ve z=0 ve belirli bir pozitif z değeri arasındaki alanı ifade etmektedir. Normal eğri simetrik olduğundan aynı alanlar negatif z değerleri için de geçerlidir.